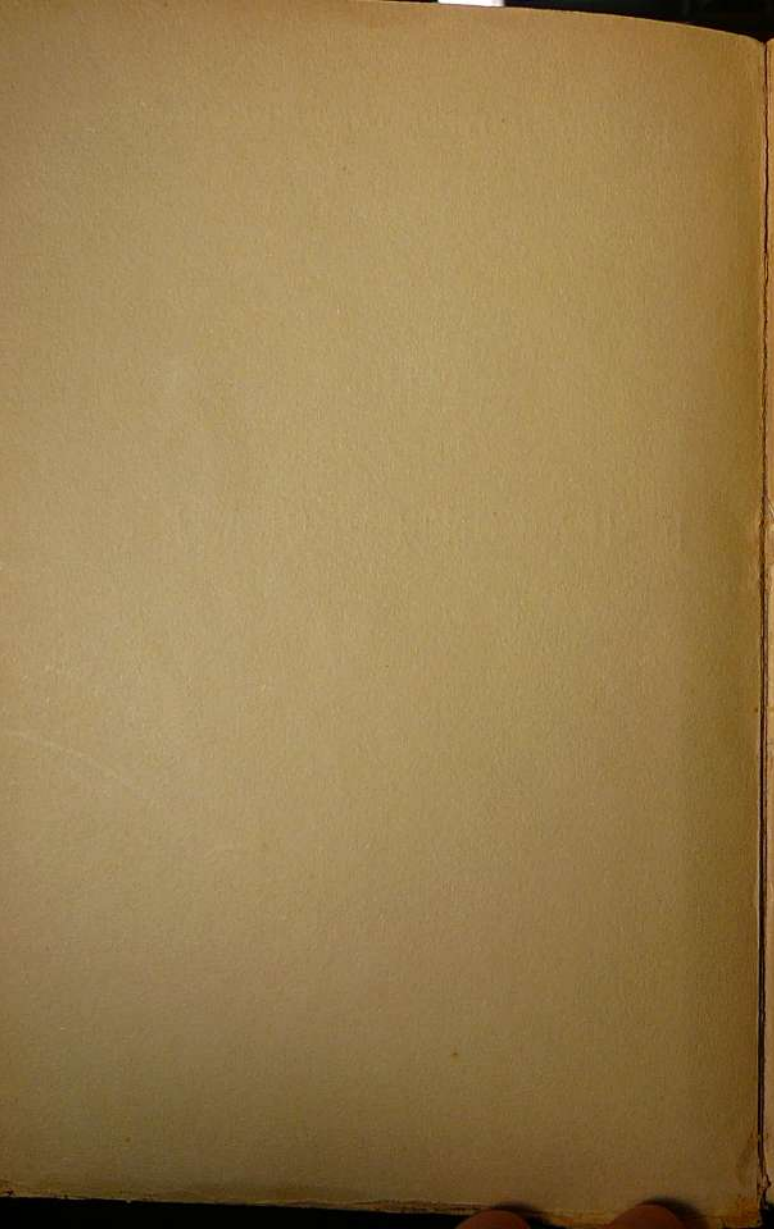
PONTIFICIA UNIVERSITÀ GREGORIANA

G. GIANFRANCESCHI S. I.

CAPITOLI

DI

FISICA CONTEMPORANEA

ROMA
PONTIFICIA UNIVERSITÀ GREGORIANA
PIAZZA DELLA PILOTTA

1932

PONTIFICIA UNIVERSITÀ GREGORIANA - ROMA

G. GIANFRANCESCHI S. I.

CAPITOLI

DI

FISICA CONTEMPORANEA

PIAZZA DELLA PILOTTA
1932

Questi capitoli non hanno in nessun modo la pretesa di esporre tutto lo stato attuale degli studi fisici, ma solo di presentare agli alunni delle facoltà filosofiche i più importanti problemi che dovranno conoscere come introduzione allo studio della cosmologia.

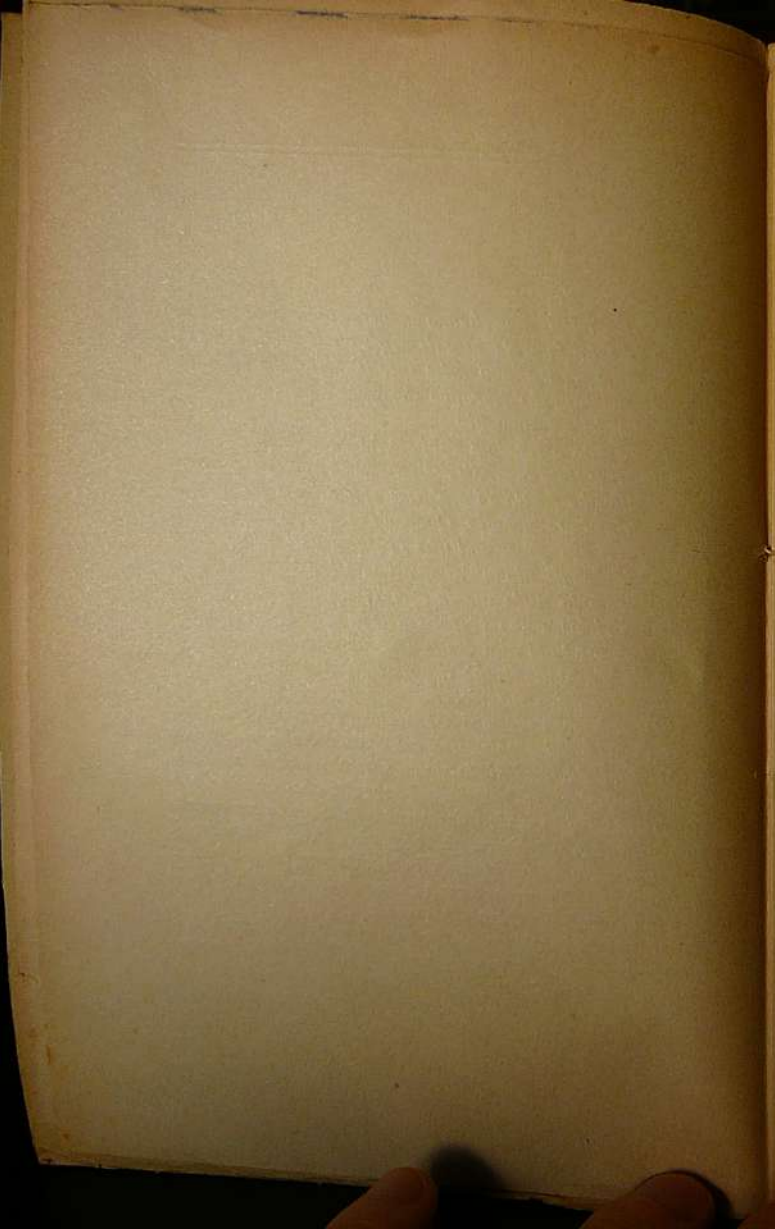
Per questo nel primo capitolo ho raccolto in una rapida sintesi le linee generali delle moderne teorie della fisica, e negli altri ho trattato i problemi speciali che interessano più da vicino la cosmologia. Quando lo sviluppo della teoria poteva farsi con mezzi analitici proporzionati alla cultura matematica degli alunni ai quali il libro è destinato, ho cercato di darla nella sua integrità; ma nei problemi per i quali si richiede una preparazione più vasta, piuttosto che rinunciare del tutto alla trattazione, ho cercato di darne le linee fondamentali perchè si avesse almeno la notizia dei quesiti della fisica superiore.

Di una cosa mi sono sopratutto preoccupato: di dare il senso fisico dei problemi di cui trattavo. Purtroppo non pochi fisici moderni si lasciano spesso trasportare dalla rappresentazione matematica dei soggetti che studiano perdendo così di vista il significato reale delle cose, e costruendo una fisica più idealistica che oggettiva. Nell' assegnare il modello teorico dei vari quesiti ho cercato sempre di adottare quello che meglio rispondesse a questo criterio, anche a costo di rinunciare alle teorie più recenti.

In particolare ho insistito nel concetto di inerzia che deve ascriversi allo spazio reale perchè le idee moderne dell' inerzia e dell' energia sembrano farne qualche cosa di extramateriale.

L'Autore.

INDICE

CAPITOLI
DI
FISICA CONTEMPORANEA

CAPITOLO PRIMO

I nuovi problemi della fisica dell' universo.

§ 1. — *L'universo e lo spazio.*

1. L'universo. — È l'insieme di tutti i corpi tra i quali si verifica scambio di azione. Prendiamo qui la parola azione non nel senso specifico della azione meccanica, ma in un senso più ampio, per includere qualunque specie di influenza fisica possibile tra i corpi, quindi azione di forze attrattive o ripulsive, scambio di energia raggiante, come calore, luce, scambio di materia, e simili. Se esistesse un corpo che non avesse alcuna relazione con quelli del nostro universo, non apparterrebbe al nostro universo. Le stelle, anche lontanissime, che si rivelano ai potenti strumenti ottici con cui scrutiamo il cielo, o che si riveleranno quando sarà accresciuta la loro potenza, fanno parte del nostro universo, perchè da esse ci giunge almeno la luce per cui vengono percepite.

L'universo ci appare popolato da stelle, anzi da sistemi di stelle, come è la Galassia alla quale appartiene il nostro sole. Il numero di stelle comprese nella Galassia è dell'ordine di 10^{11}.

Gli altri sistemi di stelle si rivelano come nebulose, e se ne trovano distribuite nell'universo fino ad una profondità che si apprezza dell'ordine di 2×10^9 anni di luce [1]. Il numero di nebulose distribuite nell'universo si apprezza oggi come 8×10^9. Quindi il numero totale delle stelle raggiungerebbe la cifra 8×10^{20}.

Si suole anche assegnare la quantità di materia contenuta in una stella; assumendo come valore medio quella del sole che è di 3×10^{33} grammi. Con questo apprezzamento il peso di tutti i soli dell'universo si esprimerebbe con una cifra dell'ordine di 10^{54} in grammi.

Come si vede noi supponiamo l'universo finito. Un universo le cui dimensioni fossero infinitamente grandi non è ammissibile nè per il fisico né per il filosofo.

2. **Unicità ed unità dell'universo.** — Potrebbe proporsi il quesito se oltre questo universo al quale noi apparteniamo ne esistano, o ne possano esistere altri, ma per il fisico il quesito non ha alcuna importanza. Se al di fuori della estensione dell'universo si vuole ammettere l'esistenza di altri corpi, o questi non hanno alcuna relazione con quelli del nostro universo, e allora non verranno mai a nostra conoscenza e non avranno alcuna influenza sull'universo; oppure qualche relazione esiste, e allora secondo la nostra definizione fanno parte del nostro universo.

Certo alla potenza del Creatore non è estranea la formazione di quanti universi Egli voglia, ma il quesito esorbita in questo senso dal nostro assunto.

Appartiene invece al nostro compito il concetto di unità nell'universo. L'unità comprende due elementi: la omogeneità dei corpi che costituiscono l'universo, e lo scambio di azione tra le varie parti di esso, e l'uno e l'altro ritroviamo nel nostro universo.

[1] Ricordiamo che un anno di luce, ossia lo spazio che la luce percorre in un anno, è all'incirca $9,5 \times 10^{12}$ chilometri, quindi due miliardi di anni di luce corrispondono a 2×10^{22} km.

I fenomeni e i corpi che possono essere oggetto delle nostre ricerche sperimentali immediate sono quelli che si trovano e si verificano intorno a noi, ma l'osservazione ci permette di estendere la nostra conoscenza anche ai corpi lontani. L'analisi della luce solare ci permette di asserire che la natura delle sostanze che si trovano nel sole è la stessa di quelle che si trovano sulla terra, e l'asserzione può estendersi a tutte le stelle per l'analogia che riscontriamo tra queste e il sole, a mano a mano che possiamo estendere le nostre osservazioni.

Altrettanto per ciò che riguarda gli scambi possibili tra i corpi. Le azioni delle forze elettriche, magnetiche, gravitazionali, e lo scambio di energia raggiante che verifichiamo intorno a noi si riscontrano confermate in tutte le estensioni che ci permettono i nostri mezzi di ricerche.

E le leggi che riconosciamo esistere nel nostro campo di osservazione le vediamo valere a mano a mano che questo campo si estende.

3. **Lo spazio.** — L'universo è esteso. Il concetto di estensione dice esistenza di parti distinte e distanti. Ogni corpo reale è esteso e la sua estensione si riscontra in tre dimensioni. L'estensione è anzi una proprietà essenziale dei corpi, e da alcuni si definisce il corpo come ciò che è esteso secondo tre dimensioni.

Nel linguaggio comune l'estensione di un corpo si esprime dicendo che esso occupa uno spazio. Importa subito fissare il concetto di spazio. Nella forma del parlare ordinario lo spazio è introdotto come un contenente capace di essere occupato od anche riempito, se è limitato. Più giustamente *spazio è un concetto astratto dalla estensione dei corpi.* Un concetto, ossia un ente mentale; ciò che è reale è l'estensione dei corpi. La Geometria si occupa di problemi relativi ad uno spazio astratto.

In fisica si può parlare di uno *spazio reale,* ma con ciò intenderemo sempre una estensione reale, ossia l'estensione di qualche corpo. Non sarebbe reale neppure la distanza tra vari

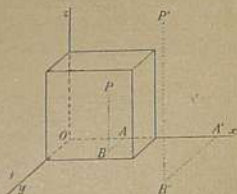
corpi se fra essi non vi fosse nessuna sostanza materiale, difatti non avremmo nessun modo di misurare la distanza di un corpo totalmente separato da noi.

I concetti geometrici hanno però vera importanza nella fisica e molti problemi fisici possono essere studiati nella loro rappresentazione geometrica ogni volta che si può fare astrazione dai corpi e dalla materia che pure è presente.

4. **Spazio geometrico e spazio fisico.** — Lo spazio reale può essere rappresentato da uno spazio geometrico definito da tre dimensioni lungo tre rette rispettivamente perpendicolari fra loro, ed uscenti da uno stesso punto.

FIG. 1.

Supponiamo d'aver dinnanzi a noi un cristallo di forma cubica, e di condurre da uno dei suoi vertici, O, tre rette alle quali appartengano i tre spigoli che s'incontrano in O e di distinguerle colle lettere x, y, z. Sappiamo come si possano riferire a queste tre rette, note col nome di assi cartesiani, i punti del cristallo. Ciascun punto viene definito univocamente da tre numeri che misurano la distanza del punto dai tre piani formati dalle tre coppie di assi xy, xz, yz.

Ma il numero è il rapporto tra la lunghezza che si vuol misurare, e una lunghezza campione scelta come unità. Abbiamo dunque bisogno di definire una unità di lunghezza. Sia l'unità il centimetro, ossia la centesima parte del metro campione internazionale, e supponiamo che il nostro cristallo abbia lo spigolo di dieci centimetri. Potremo su ciascuno dei tre assi, a partire dall'origine O, segnare i punti che corrispondono alle distanze di uno, due, tre, ecc. centimetri. Allora la posizione di un punto P del cristallo sarà data dai tre numeri che misurano in centimetri, o in frazione di centimetri, le tre distanze OA, AB, BP prese secondo i tre assi.

Ma i tre assi *Ox, Oy, Oz* possiamo immaginarli prolungati oltre gli spigoli del cristallo e non soltanto nel senso che fissiamo come positivo, ma anche nel senso negativo. E la posizione di un punto *P′* esterno al cristallo potrà determinarsi con un processo analogo a quello che è servito per il punto interno *P*.

Il prolungamento degli assi cartesiani nei due sensi, positivo e negativo, possiamo immaginarlo fino ad esaurire l'estensione dell'universo, e col prolungamento supponiamo estesa altresì la scala centimetrale sui tre assi. La determinazione della posizione di un punto qualunque dell'universo si farà sempre nello stesso modo, qualunque sia la sua distanza dai tre piani ortogonali dai quali siamo partiti.

Diciamo allora di riferire tutti i punti dell'universo ad uno spazio cartesiano a tre dimensioni. Questo spazio è un ente geometrico ideale, ma ha un fondamento reale nella estensione del corpo da cui siamo partiti, e nelle ulteriori estensioni e distanze dei corpi dell'universo.

Ma supponiamo ora di dover tener conto non solo della forma geometrica del cristallo da cui siamo partiti, ma anche della struttura fisica, ossia dal modo in cui sono distribuite le molecole o gli atomi che lo costituiscono. Finchè si tratta di un cristallo cubico, per es., un cristallo di salgemma, troveremo ancora che le molecole sono distribuite tutte alla stessa distanza fra loro sulle tre direzioni *ox, oy, oz*, e quindi sarà ancora legittimo prendere la stessa unità di misura per i tre assi ortogonali.

Se però si trattasse di un cristallo ad altra simmetria, e quindi ad altra legge di distribuzione molecolare, la scelta di una stessa unità per la lunghezza sui tre assi non corrisponde più alla struttura del cristallo, perchè mentre un centimetro lungo l'asse della x contiene un numero n_x di molecole, sull'asse della y ne contiene un numero n_y diverso da n_x, e altrettanto per l'asse z.

Può dunque esser conveniente in questo caso la scelta di unità diverse sui tre assi, suggerita dalle proprietà fisiche del

cristallo, per es. la distanza tra le molecole adiacenti distribuite lungo i tre assi.

È evidente però che in questo caso questa scelta di unità sarà adatta per individuare i punti interni al cristallo, ma non converrà più per i punti esterni.

Altri esempi di sistemi di riferimento si possono assumere quando si debba tener conto della distribuzione delle forze agenti in un campo. Supponiamo di dover rappresentare i punti di una sezione piana di un campo magnetico in cui due punti A e B rappresentano due poli di nome contrario. Possiamo in questo caso scegliere come linee di riferimento le due famiglie di curve definite dalle linee di forza, e dalle linee a quelle ortogonali, e che nel piano rappresentano le sezioni delle superficie di livello. In questo caso la posizione di un punto P verrebbe definita dai due archi PP′ e PP″ presi nella direzione del campo e che misurano la distanza a partire dalle due linee fondamentali AB ed MN.

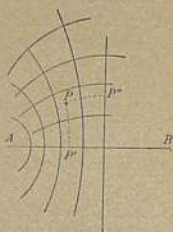



Fig. 2.

Abbiamo così l'esempio di uno spazio isotropo nel primo caso di un sistema di riferimento costituito da tre assi ortogonali con la stessa scala, uno spazio rettilineo non isotropo nel caso di diverse unità di misura sui tre assi, e un caso di spazio curvo nel terzo esempio.

Il primo caso ha di arbitrario il punto di origine e le direzioni degli assi fondamentali, ma si adatta poi egualmente a tutti i corpi distribuiti nello spazio, gli altri due casi valgono soltanto finchè sono valide le circostanze di cui ci siamo serviti per la scelta, e fuori di lì il sistema di riferimento perde il suo significato.

Se nel primo caso si potesse scegliere l'origine in un punto assolutamente fisso, e determinare le tre direzioni in un modo inequivocabile, qualunque siano le modificazioni che possono verificarsi nella distribuzione dei corpi, si avrebbe un sistema

assoluto di riferimento, e il moto di un punto rispetto a quel sistema sarebbe il moto assoluto del punto. Ma noi non conosciamo nessun punto assolutamente fisso, nè direzioni invariabili. Quindi non possiamo che determinare il moto di un punto o di un corpo rispetto ad un sistema che si suppone fisso, ed avremo così solo un moto relativo. Da questo potremmo ottenere il moto vero, o assoluto, quando conoscessimo il moto del sistema a cui ci siamo riferiti: basterebbe aggiungere questo moto a quello relativo trovato.

Gli altri due esempi al contrario non possono mai rappresentare un sistema assoluto di riferimento perchè la distribuzione delle grandezze, e delle linee di riferimento cambiano da un campo all'altro, e variano col tempo al variare delle forze, e della posizione dei corpi.

Evidentemente si potrebbero moltiplicare gli esempi di rappresentazione dello spazio. Così sappiamo che invece di coordinate cartesiane si possono introdurre coordinate polari con un'unica misura delle distanze su rette uscenti da un punto origine e due misure di angoli. L'astronomia si serve di questo tipo di sistema di riferimento, e si ha così il sistema equatoriale se gli angoli che si introducono sono misurati sull'equatore e sui meridiani, nel quale caso le due coordinate angolari prendono il nome di *ascensione retta*, e *declinazione*, oppure il sistema altazimutale se gli angoli si misurano sul piano dell'orizzonte e in quelli verticali ossia con gli *azimut* e le *altezze*.

Tutti questi vari modi di rappresentare lo spazio si possono ridurre a due tipi fondamentali: lo *spazio geometrico* e lo *spazio fisico*. Il primo tipo rappresenta e descrive lo spazio secondo le sole proprietà geometriche valevoli per tutti i corpi, il secondo rappresenta e descrive lo spazio secondo le proprietà fisiche della materia e delle forze esistenti [1].

[1] Bisogna osservare che spesso si adopera la denominazione di spazio fisico per lo spazio reale, ossia non per le sole estensioni ma per la sostanza che realmente costituisce lo spazio.

5. Dimensioni dello spazio. — Le varie forme di rappresentazione dello spazio devono permettere di individuare un punto di esso mediante un certo numero di grandezze. Il numero di grandezze necessario per individuare un punto in uno spazio assegnato è quello che dà le *dimensioni* dello spazio.

Fig. 3.

Lo spazio sarà ad *una*, a *due*, a *tre*, ad n dimensioni, secondo che basta una grandezza a definire un punto, o se ne richiedono due, o tre, od n.

Sopra una linea geometrica, retta, o curva si ha uno spazio ad una sola dimensione, difatti la posizione di un punto P qualsiasi della linea è definita dalla distanza s del punto misurato sulla linea, a partire da un punto O scelto come origine.

Sopra una superficie si ha invece uno spazio a due dimensioni, perchè si richiedono due grandezze per definire la posizione di un punto P, per es. le distanze OA e OB da due assi coordinati nel sistema cartesiano, oppure la distanza OP e l'angolo φ nel sistema polare.

In un volume invece si richiedono tre grandezze, e si ha quindi uno spazio a t r e d i m e n s i o n i. L'estensione dei corpi è sempre secondo tre direzioni fondamentali, e quindi un corpo costituisce sempre uno spazio a tre dimensioni, d'altra parte uno spazio a tre dimensioni è sufficiente per rappresentare l'estensione di qualunque sistema di corpi; in altri termini tre dimensioni esauriscono l'estensione nello spazio.

Fig. 4.

Si possono però concepire spazi ad un numero di dimensioni maggiore di tre. Partiamo dalla rappresentazione geometrica di espressioni algebriche. Una funzione algebrica che contiene una sola variabile indipendente può essere rappresentata in uno spazio ad una dimensione, i vari valori che può prendere la variabile saranno rappresentati dalle varie gran-

dezze misurate nello spazio. Analogamente per una funzione a due o a tre variabili indipendenti. La posizione di un punto in uno spazio a due dimensioni dipende dai due valori che assumono le coordinate del punto, come il valore della funzione algebrica di due variabili dipende dai valori che le due variabili assumono. Altrettanto per uno spazio a tre dimensioni. Così per es. una relazione lineare tra le due variabili x ed y espressa dalla formola $y = ax + b$ si rappresenterà in uno spazio piano a due dimensioni portando successivamente sull'asse della x e su quello della y le coppie di valori date dalla formola, e i punti che così risultano individuati sono rappresentati da tutti i punti di una retta, mentre una espressione di secondo grado della forma $y = ax^2 + bx + c$ sarà rappresentata da una curva che è in generale una sezione conica.

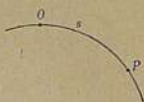
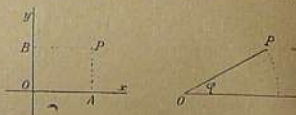



FIG. 5.

Ma in algebra possono darsi funzioni che dipendono da un numero di variabili maggiore di tre. Una rappresentazione geometrica di tali espressioni non si può più disegnarla come può farsi per due o tre dimensioni, perchè lo spazio reale è esaurito con tre dimensioni, e non si può facilmente costruire con la fantasia, ma può bene pensarsi con l'analogia agli spazi rappresentabili.

Se vogliamo pensare ad uno spazio ad n dimensioni dobbiamo pensare che un punto qualunque di questo spazio è individuato soltanto quando sono assegnati gli n valori delle coordinate. Al variare di una di queste coordinate il punto corrispondente si sposterà parallelamente alla dimensione secondo cui è variata la coordinata.

In questo modo si possono costruire idealmente spazi ad n dimensioni rappresentativi di fenomeni fisici che si compiono nella spazio reale. Supponiamo per esempio di studiare la distribuzione di una certa quantità di gas che contenga un numero N di molecole. La posizione di ciascuna molecola è definita da tre coordinate, perchè la molecola sta in uno spazio

a tre dimensioni. Quindi la posizione di tutte le molecole richiede la determinazione di $3N$ grandezze. Pensiamo allora ad uno spazio a $3N$ dimensioni, tale cioè che ogni punto è individuato quando sono assegnati i $3N$ valori delle sue coordinate. Ogni punto di questo spazio ideale rappresenta una particolare distribuzione di tutte le molecole del gas, in modo che se una sola molecola si sposta il punto rappresentativo assume un'altra posizione; ma anche se tutte le molecole si spostano a ciascuna distribuzione della N molecole corrisponde sempre un sol punto nello spazio rappresentativo.

Se poi invece di considerare soltanto la distribuzione delle molecole si volesse anche tener conto della loro velocità istantanea, allora dovremmo ad ogni molecola assegnare tre grangezze che ne individuano la posizione istantanea nello spazio reale, e altre tre che ne determinano le componenti della velocità. Ad ogni molecola appartengono dunque sei valori, e lo spazio rappresentativo sarà a $6N$ dimensioni.

La meccanica statistica fa ampio uso di spazi rappresentativi ad n dimensioni, ma è fuori del nostro programma entrare in questo campo. Ci importa soltanto di aver dato una idea sugli spazi a dimensioni superiori a tre.

6. **Il tempo.** — In concetto di tempo è un concetto astratto analogamente a quello di spazio. Il concetto di spazio emana dalla estensione nelle dimensioni di un corpo, quello di tempo dalla estensione di un moto. Se consideriamo il moto di un punto reale, per esempio un proiettile che percorre la sua traiettoria, possiamo seguirne le successive posizioni nello spazio. A questa successione di posizioni associamo l'idea di una successione nel tempo, e come nello spazio riscontriamo le posizioni posteriori o anteriori ad un punto determinato della traiettoria così nella distribuzione del tempo distinguiamo il prima e il dopo di un determinato istante.

Secondo il Filosofo, anzi, il tempo non è che *la misura del moto* in quanto nel moto distinguiamo *il prima* e *il dopo*.

E come il concetto di tempo deriva da quello di moto,

così anche la misura del tempo si fa soltanto per mezzo di un moto.

Dagli elementi di fisica conosciamo le varie specie di moto. Il moto uniforme è quello in cui spazi eguali corrispondono a tempi eguali. Nel moto uniforme abbiamo dunque una correlazione l i n e a r e della estensione nello spazio alla estensione nel tempo. Il miglior modo quindi di misurare il tempo è quello di ricorrere al moto uniforme. E gli strumenti che sogliamo adoperare per la misura del tempo sono sistemi ai quali cerchiamo di dare un moto uniforme, come quello di una sfera in un quadrante, o almeno un moto periodico, come quello del pendolo che quantunque non percorra spazi eguali in tempi eguali fa però le stesse escursioni in intervalli eguali di tempo.

Anche nella rappresentazione grafica dei fenomeni o delle leggi di essi il tempo può essere introdotto come un moto uniforme, e quindi costituire una delle dimensioni dello spazio rappresentativo. Così ogni volta che si vuol rappresentare le variazioni che una grandezza fisica subisce nel tempo si suol portare i valori di questa grandezza sulle ordinate, e il tempo sulle ascisse di un sistema di coordinate cartesiane, e se si volesse rappresentare una grandezza che dipende da tre dimensioni, come il moto di un punto nello spazio, si può introdurre il tempo come una q u a r t a coordinata, ed avere così la rappresentazione del moto in uno spazio a q u a t t r o d i m e n s i o n i.

Importa qui di notare che in questo modo non si alterano le proprietà dello spazio ordinario a tre dimensioni che sogliamo rappresentare con i tre assi cartesiani: l'aggiunta del tempo come una quarta dimensione non influisce sullo spazio ma sul moto del punto, o in generale sullo svolgersi del fenomeno che studiamo. L'introduzione del tempo come una quarta dimensione come si fa nella teoria di EINSTEIN-MINKOWSKI è una cosa ben diversa, come vedremo.

7. Continuo spazio-tempo. Spazio-etere. — Lo studio dell'universo considerato come una unità è attualmente l'oggetto delle più ardimentose ricerche dei fisici teorici. Quel che si cerca è una *teoria unitaria dell'universo*. Una tale teoria dovrebbe permettere di rappresentare sotto forma di proprietà geometriche dello spazio le proprietà dell'insieme che costituisce l'universo.

Non intendiamo di penetrare in questo campo di ricerche che restano tuttora dei semplici tentativi, ma ci sembra opportuno dar qualche cenno della terminologia oggi usata dai fisici in questo genere di studi.

Il primo tentativo di una teoria universale dei fenomeni fisici che meriti esser segnalato fu la costruzione del continuo *spazio-tempo* del MINKOWSKI [1]. È uno spazio geometrico ideale a quattro dimensioni che inizialmente equivalgono a tre dimensioni spaziali e una temporale, ma nel quale non è più lecito distinguere lo spazio dal tempo. Le quattro dimensioni sono quattro parametri ciascuno dei quali include qualche cosa dello spazio e qualche cosa del tempo. Un fenomeno che si compie, o un corpo che si muove, è rappresentato da un punto che percorre una traiettoria che si dice *linea dell'universo*; lungo i punti di questa linea, qualunque essa sia, variano sempre tutti quattro i paramenti che rappresentano le quattro dimensioni di questo continuo.

Il continuo spazio-tempo del MINKOWSKI fu subito adottato da EINSTEIN per la sua teoria della relatività, ma successivamente ha subito estensioni e modificazioni da vari autori. Oggi si preferisce parlare in una forma più generale di una *varietà a quattro dimensioni*, intendendo per varietà un sistema geometrico in uno spazio rappresentativo.

Importa tener presente che nelle varie forme in cui si presentano oggi queste teorie dell'universo lo spazio, o il continuo, o le varietà geometriche che si introducono non solo includono le dimensioni dello spazio e del tempo, ma gli stessi elementi

[1] H. MINKOWSKI, *Raum und Zeit*, v. anche traduz. in « Nuovo Cimento », s. 5ª, v. XVIII (1909).

geometrici vengono determinati dalle qualità dello spazio, e quindi la curvatura e la metrica variano da punto a punto secondo le forze e la materia che vi è presente.

Ma poichè tutto questo non costituisce ancora un sistema definito e completo di trattazione di problemi della fisica, ma solo tentativi di teorie nuove, e forme nuove di geometria, noi ci atterremo ancora ai criteri di quella che si chiama la meccanica classica e alla geometria euclidea, salvo ad aggiungere in qualche caso, le forme e i risultati delle nuove teorie quando corrispondono bene ai fatti, e contribuiscono alla chiarezza.

Per ciò che riguarda l'estensione dell'universo, fuori di quella costituita dai corpi ponderabili, noi chiamiamo col nome di spazio-etere quella sostanza materiale che costituisce quasi lo sfondo dell'universo e riempie tanto gli spazi interstellari quanto gli spazi intercorpuscolari, e la ragione del nome è in ciò che questa sostanza è quella che i fisici classici hanno chiamato etere, ma può venire considerata con i criteri che oggi si applicano allo spazio fisico. Nei capitoli successivi ne vedremo la natura.

§ 2. — *La materia e i corpi.*

8. **L'universo e la materia.** — L'estensione dell'universo non è data dalla estensione delle stelle e degli ammassi stellari che in esso vediamo, più la distanza che intercede fra essi, ma è estensione reale ossia una sostanza realmente estesa anche nelle zone che ci appaiono vuote di corpi; e la massa totale dell'universo non è soltanto la somma di tutte le masse dei corpi che in esso vediamo, ma anche lo spazio che a noi sembra vuoto, è spazio reale, ossia sostanza dotata di inerzia.

L'unità dell'universo è costituita dallo scambio di azione tra tutti i corpi che si trovano nell'universo, senza questo scambio le singole stelle costituirebbero altrettanti universi isolati, nè tra essi sarebbe possibile stabilire relazioni di distanza.

Lo scambio di azione tra i corpi dell'universo consiste in un passaggio reale di energia, basta anche pensare allo scambio di luce che *è energia raggiante*, e l'energia, qualunque sia la sua forma è una proprietà della materia. Quindi ovunque esiste energia ivi esiste materia. D'altra parte in un punto qualunque dell'universo, anche lontano da ogni stella, è presente energia raggiante che vi giunge da tutti i corpi lucenti dell'universo, quindi in ogni punto dell'universo è materia. L'estensione di questa materia è l'estensione dell'universo.

Questa materia che costituisce quasi lo sfondo dell'universo è quella che fino a qualche decina di anni fa si chiamava *etere cosmico*. Sulla natura dell'etere cosmico come veniva concepito da Newton, da Fresnel, da Maxwell, e sulle modificazioni che siano da introdurre in questo concetto noi torneremo in altra parte del libro. Qui ci basta affermare che poichè in ogni punto dello spazio reale che costituisce l'universo esiste energia, e poichè energia è una proprietà della materia, così questa materia è distribuita in tutta l'estensione dell'universo.

Ma noi chiamiamo materia anche ciò che costituisce i corpi. Le proprietà che riscontriamo nella materia dei corpi sono diverse da quelle che verifichiamo in quella che costituisce lo spazio reale, ma l'una e l'altra verificano alla definizione di materia.

9. Le proprietà essenziali della materia. — Materia è *sostanza dotata di inerzia ed estensione*. Dicendo sostanza separiamo la materia da tutto ciò che è fenomeno, o qualità, o accidente, dicendo che possiede inerzia ed estensione separiamo la materia dalla sostanza spirituale. L'inerzia dice la tendenza a permanere nello stato attualmente posseduto, il principio di inerzia si può enunciare dicendo che lo stato di quiete o di modo di un corpo non cambia senza una causa proporzionata, e quindi può ridursi ad una applicazione di un principio più generale; il principio di causalità [1].

[1] Il principio di causalità si può enunciare dicendo che: tutto ciò che in qualche modo esiste, ha una ragione proporzionata del suo essere, e ciò vale tanto per le cose, come per i fenomeni.

Noi misuriamo l'inerzia della materia con la resistenza che essa oppone ad un cambiamento nello stato di moto, questo cambiamento, o variazione, è ciò che si chiama accelerazione, la causa capace di produrre questa variazione la diciamo una forza. Il rapporto tra l'intensità della causa e l'intensità dell'effetto, ossia, tra l'intensità della forza e quella della accelerazione, è la misura di quella resistenza, e ciò che chiamiamo la *massa* del corpo o della materia.

Quando noi misuriamo la massa dei corpi servendoci del peso non facciamo che scegliere una forza speciale, che ci è facile determinare, e da cui deduciamo facilmente il rapporto tra forza e accelerazione. Il campione di inerzia, è l'inerzia di un peso campione depositato, e che equivale circa al peso di un centimetro cubo di acqua distillata a quattro gradi centigradi di temperatura e alla pressione normale. Ma il concetto di inerzia, e quindi di massa, non è necessariamente connesso con quello di peso. Il peso è l'effetto di una forza di attrazione, ma nel concetto di materia e di inerzia non è incluso il concetto di attrazione.

10. **Le due specie di materia.** — Da quanto si è detto risulta che dobbiamo ammettere l'esistenza di due specie diverse di materia, quella che costituisce l'estensione dell'universo, ossia lo spazio reale in cui si compiono scambi di energia, e quella dei corpi fra i quali avviene lo scambio. L'una e l'altra soddisfano alle propietà essenziali della materia, ma quella dei corpi è percettibile ai nostri sensi, l'altra no; l'inerzia della materia che costituisce i corpi è sensibile, quella dello spazio si dimostra per deduzione dai fatti.

E poichè la proprietà più sensibile della materia che costituisce i corpi è l'attrazione, e quindi la gravità e il peso, così si suol porre questo come carattere distintivo e dire che esistono due specie di materia, quella *ponderabile*, e quella *imponderabile*. La materia ponderabile è quella che costituisce i corpi, l'imponderabile è quella che costituisce lo spazio fisico ossia l'estensione reale dell'universo.

I corpi occupano una parte piccolissima dello spazio e appariscono quasi come punti singolari nell'estensione dell'universo. La materia imponderabile costituisce la quasi totalità del volume dell'universo. La superficie esterna dei corpi non separa lo spazio occupato dalla materia ponderabile da quello occupato dalla imponderabile perchè qnesta pervade anche gli spazi intermolecolari, interatomici, e intercorpuscolari. Infatti tra i corpuscoli, tra gli atomi, tra le molecole dei corpi si esercitano azioni di attrazione, di ripulsione, e scambi di energia, analogamente a quello che avviene tra i Soli, quindi le stesse ragioni che ci persuadono la presenza della materia imponderabile tra le stelle distribuite nell'universo valgono anche per gli spazi esistenti tra gli elementi corpuscolari costitutivi dei corpi.

11. **Unità specifica dei corpi.** — Le nostre ricerche sperimentali si limitano ad una piccola quantità di corpi che troviamo nelle zone più superficiali della crosta terrestre. Nondimeno, poichè i cataclismi hanno in più luoghi portato ad affiorare gli strati geologici distribuiti primitivamente in profondità, possiamo dire di conoscere uno spessore della crosta terrestre di alcune decine di chilometri. Quanto alle zone più interne possiamo ragionevolmente supporre che esse siano costituite dagli stessi elementi che riscontriamo nelle zone esterne, salvo le condizioni di temperatura e di pressione.

Per i corpi che sono lontani dalla terra, come il sole e le stelle, ciò di cui disponiamo è la luce che da essi ci viene. L'analisi dello spettro solare con le sue linee di assorbimento ci permette di asserire che, almeno negli strati esterni del sole, esistono gli stessi elementi che sulla terra. Altrettanto possiamo dire delle stelle per l'analogia che passa tra queste e il nostro sole. Le nebulose infine sono nubi di materia che si va condensando in soli, e anche a queste possono estendersi i criteri che riscontriamo nella materia di corpi terrestri.

12. La disintegrazione dei corpi. — I corpi inorganici — dei quali solo si occupa la fisica — si distinguono in corpi semplici e corpi composti. *Semplici* sono quelli che nè con mezzi fisici nè con mezzi chimici possiamo separare in altri corpi; *composti* quelli che, almeno con mezzi chimici, possiamo separare in altri, ossia nei corpi semplici. I corpi semplici si dicono anche elementi chimici, o semplicemente *elementi*.

Tutti i corpi che noi conosciamo, semplici o composti, sono costituiti di molecole, le molecole di atomi, gli atomi di corpuscoli.

Molecola è il minimo di una determinata sostanza materiale inorganica, in cui si conserva tutta la natura della sostanza. La giustificazione del concetto di molecola ci viene dalla semplice osservazione. Per avere una determinata sostanza non se ne richiede una *mole*, ossia una quantità di dimensioni e di peso sensibile come è quella che ordinariamente prendiamo in esame. Se abbiamo un frammento di carbonato di calcio, del peso di qualche grammo, una mole, e lo riduciamo in polvere impalpabile, ciascun granello di quella polvere è ancora carbonato di calcio. Non sappiamo fin dove si potrebbe giungere nella divisibilità ottenuta con mezzi meccanici, ma la divisibilità fisica è certo limitata, e noi chiamiamo molecola, quel minimo a cui, almeno idealmente, si potrebbe arrivare, senza alterare la natura del carbonato di calcio.

Ma, se oltre che ai mezzi fisici, adoperiamo anche quelli chimici, noi possiamo disgregare ancora le molecole, introducendo così una modificazione sostanziale, e ottenendo quello che chiamiamo atomo.

Atomo è il minimo di un determinato corpo semplice che si riscontra nei fenomeni chimici, ossia nelle trasformazioni sostanziali dei corpi.

Il concetto di atomo ci viene dai fenomeni chimici. Sappiamo per esempio che dal carbonato di calcio possiamo separare il carbonio e il calcio, e che questi elementi vi si trovano in un numero determinato di m i n i m i. Questi minimi sono quelli che chiamiamo atomi. Il nome ha oggi perduto il suo

significato etimologico, ma può ancora giustificarsi dicendo che è l'indivisibile chimico di ciascun elemento.

Ma l'atomo non è più indivisibile considerato come sostanza materiale, esso può disgregarsi spontaneamente e artificialmente. Nei fenomeni radiattivi assistiamo ad una disgregazione spontanea di atomi; nella scarica elettrica nei tubi a gas rarefatti, e nel bombardamento atomico, che possiamo fare con vari mezzi, otteniamo una disgregazione artificiale degli atomi.

Ciò che si ottiene dalla disgregazione degli atomi sono quelli che chiamiamo i corpuscoli.

Corpuscoli sono il minimo di materia a cui si giunge nel disgregamento spontaneo o artificiale degli atomi. Sono ancora corpi, quindi particelle di materia ponderabile, e posseggono sempre una certa quantità di elettricità. Conosciamo due specie di corpuscoli; gli *elettroni* e i *protoni*, i primi carichi di elettricità negativa, gli altri di elettricità positiva.

13. **Unità della materia.** — Questo procedimento di disgregazione della materia, dai corpi di grande mole verso i corpi sempre più piccoli, sembra suggerisca un processo verso l'unità della materia. I corpi che incontriamo in natura, anche solo sulla superficie terrestre, si presentano in una varietà grandissima.

Ma se dalle qualità delle moli scendiamo alla specificazione per molecole quel numero diminuisce rapidamente. Basta pensare alle grandi varietà in cui si presentano alcune sostanze chimiche, per esempio il carbonato di calcio, nei marmi, nei travertini, nelle varie pietre da calce ecc. Tutti questi sono costituiti da molecole della stessa specie.

Se procediamo con l'analisi fino agli atomi riscontriamo che tutta la grande varietà di corpi sono combinazioni di un numero ben limitato di specie atomiche. Le varie specie di atom che oggi conosciamo appartengono a novantadue elementi, e alcuni di questi non entrano mai in combinazioni chimiche.

Se poi ci spingiamo sino ai costituenti dell'atomo non troviamo che due soli elementi; gli elettroni e i protoni. È dunque un processo verso l'unità della materia.

Se possiamo immaginarci un ulteriore disgregazione, evidentemente non ci rimane che giungere ad una sola specie di materia, e si avrebbe così una materia primigenia, universale, e potrebbe ben pensarsi che questa materia sia quella stessa che costituisce lo spazio fisico dell'universo.

Si parla oggi dai fisici di un disfacimento di corpuscoli con una relativa liberazione di energia. L'esperienza non ha ancora dimostrato l'esistenza di questo fenomeno, ma non ci è lecito escluderlo a priori. Come esiste una disgregazione spontanea degli atomi, così potrebbe esistere una dissoluzione spontanea di elettroni e di protoni.

E il processo inverso potrebbe anche essere ammesso. Dalla materia universale primigenia potrebbero forse formarsi protoni ed elettroni in alcune speciali circostanze di distribuzione dell'energia, e da quelli per successive sintesi gli atomi, come vediamo di atomi formarsi le molecole, di molecole le moli, di moli i soli e le nebulose.

14. **La sintesi dell'universo.** — Oggi i fisici calcolano ad un numero dell'ordine di 10^{78} i corpuscoli elementari che costituiscono tutti i corpi dell'universo. Il calcolo suol farsi così:

Si apprezza a due miliardi di anni di luce il raggio dell'universo assimilato ad una sfera. In questa estensione sono diffusi $8 \cdot 10^{9}$ sistemi di soli, ogni sistema di soli si calcola contenga 10^{11} soli. I soli di tutto l'universo sarebbero dunque 8×10^{20}.

La massa media di ciascun sole è quella del nostro sole che è di grammi 3×10^{33}. Quindi la massa totale di tutte le stelle dell'universo si può calcolare a 24×10^{53} in grammi. Ogni grammo poi contiene 10^{24} protoni: Quindi il numero totale di protoni nell'universo è di $2,4 \times 10^{78}$, e il numero totale di corpuscoli, elettroni e protoni sarà quindi $4,8 \times 10^{78}$.

Se si potesse ricostruire idealmente il processo di sintesi

con cui si passa dalla materia universale ai corpi, avremmo il modo di dar ragione delle proprietà dei corpi.

Supponiamo che inizialmente non si riscontri, nella estensione dell'universo, che inerzie ed energie potenziali ed attuali comunicate dal Creatore alla estensione continua, reale.

Poniamo che in principio un moto vorticoso si concentri in uno spazio piccolissimo della materia. Questo moto determina delle tensioni e delle torsioni intorno a se, nella materia circostante. È quello che può costituire un campo elettrico e magnetico. Se accanto al primo si forma un secondo nucleo di condensazione, con processo analogo, si potrà determinare tra i due corpuscoli una forza di attrazione o di ripulsione analoghe a quelle che vediamo formarsi nelle sfere vibranti o pulsanti. I due corpuscoli sono allora sottoposti alle forze destate nella deformazione del mezzo — forze elettriche e magnetiche — e a quella di reciproca attrazione dovuta all'azione scambievole. Abbiamo gli elementi dell'atomo.

Le due specie di elettricità possono essere connesse con due sensi opposti di moti verticosi.

Il moltiplicarsi di simili elementi dà luogo ai raggruppamenti diversi in strutture atomiche.

Azioni scambievoli fra atomi diversi dànno origine alle forze chimiche d'affinità.

Le forme geometriche risultanti dagli aggruppamenti di atomi definiscono le *forme cristalline.*

I moti vibratori persistenti nei corpuscoli dànno la *luce* distribuita nelle frequenze proprie dei singoli elementi.

Le agitazioni molecolari risultanti danno la forza viva molecolare che costituisce il *calore.*

L'equilibrio tra le quantità constanti di elementi, nelle due specie fondamentali di corpuscoli, rendono un corpo neutro, mentre l'eccesso di una delle due specie costituiscono nel corpo uno *stato elettrico* positivo o negativo.

L'orientazione dei sistemi molecolari coi loro vortici elettrici elementari dànno le *proprietà magnetiche* dei corpi.

La maggiore o minore stabilità degli edifici atomici e mo-

lecolari darà ragione della maggiore o minore frequenza di alcuni elementi o di alcuni corpi in relazione allo stato di energia cinetica totale, o della temperatura dell'insieme. Gli edifici meno stabili costituiranno i corpi *radiattivi*.

In un primo stadio caotico di corpuscoli, atomi, molecole non si avranno che *nebulose*, ma dalle nebulose vediamo formarsi le *stelle*.

§ 3. — *Le moderne teorie della Fisica.*

15. **Il problema di un sistema assoluto.** — Lo studio della fisica dell'universo richiede come punto di partenza la determinazione di un sistema di riferimento che permetta di determinare la posizione e il moto dei punti nello spazio e nel tempo. Per molti fenomeni è sufficiente riferirsi ad un sistema di assi coordinati connessi con lo spazio limitato in cui i fenomeni si compiono, per esempio connessi con la terra, ma il moto che possiamo così descrivere è solo un moto relativo. E quando i problemi si riferissero al moto degli astri e alla propagazione dell'energia raggiante, un sistema connesso con la terra perderebbe ogni significato.

Al concetto di universo che abbiamo esposto sopra non è estranea la determinazione di un sistema di riferimento assoluto, la difficoltà è nella misura delle distanze e dei tempi. Se questa difficoltà non esistesse ci basterebbe anzi di riferirci ad un sistema di coordinate connesse con la terra perchè potremmo contemporaneamente determinare il moto della terra rispetto all'universo, e quindi dal moto relativo ricondurci a quello assoluto.

Per le misure delle grandi distanze non abbiamo altro modo che ricorrere ai fenomeni luminosi, ma non conosciamo la velocità con cui la luce si propaga nei singoli casi.

Supponiamo che da un punto A dello spazio, per esempio una stella, parta un segnale luminoso e giunga fino alla terra situata in un punto T. Se d è la distanza tra A e T, e c è la velocità di propagazione della luce, il tempo impiegato dal segnale

per giungere dalla stella alla terra sarebbe $t = \frac{d}{c}$ se tanto A quanto T fossero fissi. Ma poniamo che restando fisso A la T si muova con velocità v verso la stella A, allora il segnale partito da A giungerà su T in un tempo $t' < t$, perchè mentre nel primo caso la distanza d veniva percorso tutta dal segnale luminoso, e quindi si aveva $d = c\,t$, adesso una parte di d viene percorsa da T, e precisamente si ha

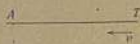



Fig. 6.

$$d = ct' + vt' \tag{1}$$

da cui $t' = \frac{d}{c+v}$ mentre era $t = \frac{d}{c}$.

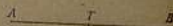
Se T non sa di avvicinarsi ad A, ossia non sa di possedere la velocità v, troverà che nel primo caso la luce camminava con velocità c, nel secondo con una velocità maggiore $c + v$, senza sapere a che cosa si deve questo aumento di velocità.

Analogamente se il punto T si muovesse allontanandosi da A il segnale arriverebbe in T dopo un tempo t'' definito da

$$d = ct'' - vt'' \tag{2}$$

ossia come se procedesse con una velocità data da $c - v$, ma l'osservatore in T non sa se questa velocità che si sottrae è dovuta ad un moto suo proprio, o della sorgente A.

Fig. 7.

Se l'osservatore T in moto potesse contemporaneamente ricevere segnali da un punto A e da un punto B posti ad egual distanza iniziale d da T, ma in senso opposto, troverebbe che la luce che gli viene da A camminerebbe con una velocità $c + v$, mentre egli si avvicina, e quella che gli viene da B avrebbe la

velocità $c - v$, e cioè se i due segnali fossero partiti nello stesso istante, quello uscito da A raggiungerebbe la T mobile in un tempo

$$t_A = \frac{d}{c + v} \tag{3}$$

mentre quello partito da B giungerebbe dopo un tempo

$$t_B = \frac{d}{c - v} \tag{4}$$

In questo caso l'osservatore avrebbe modo di giudicare che la velocità v che si aggiunge o si sottrae appartiene al suo moto, e saprebbe anche assegnare il senso della v.

Ma oltre alla difficoltà di far partire contemporaneamente i due segnali, l'osservatore non avrebbe mezzi sufficienti per misurare con precisione i tempi e dedurne la differenza $t_B - t_A$.

Supponiamo, per considerare un esempio possibile, che A, B e T siano tre punti terrestri raggiungibili, e precisamente, che la distanza iniziale di A e di B da T sia di 50 chilometri, e tre osservatori posti nei tre punti, abbiano orologi accordati fino al millesimo di secondo. La velocità che all'inizio del fenomeno assume il punto T sia di 30 metri al secondo. Calcoliamo la differenza $t_B - t_A$. Abbiamo

$$t_B - t_A = \frac{d}{c - v} - \frac{d}{c + v} = \frac{d(c + v) - d(c - v)}{c^2 - v^2} = \tag{5}$$

$$= \frac{2dv}{c^2 - v^2}$$

che si può anche scrivere

$$\frac{2dv}{c^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}\,.$$

Siccome la grandezza v^2/c^2 è sempre molto piccola si può sviluppare il binomio a denominatore, ossia porre

$$\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}=1+\frac{v^2}{c^2}+\frac{v^4}{c^4}+\ldots$$

e quindi

$$t_B-t_A=\frac{2dv}{c^2}\left(1+\frac{v^2}{c^2}+\frac{v^4}{c^4}+\ldots\right)$$

e introducendo le grandezze assegnate si troverebbe che quella differenza di tempo è dell'ordine di centomiliardesimo di secondo, quindi impossibile a misurarsi con orologi.

Misure di questo genere si potrebbero fare facendo interferire due raggi di luce che fossero partiti con la stessa fase, allora risulta sensibile anche un tempuscolo che sia una frazione della grandezza $\tau=\frac{1}{\nu}=\frac{\lambda}{c}$ se ν è la frequenza del raggio luminoso, e λ la lunghezza d'onda, e per la luce visibile τ è dell'ordine di 10^{-15} secondi. Per questo bisogna che la luce che parte da A e da B sia della stessa frequenza e alla stessa fase. Praticamente non sarebbe possibile.

Per esser sicuri che i due raggi sono partiti con la stessa fase non c'è che farli uscire da una stessa sorgente, farli procedere in due direzioni diverse e esaminarli al ritorno per mettere in rilievo, se esiste, una differenza di cammino su escursioni egualmente lunghe ma in direzioni diverse. Ma anche in questo bisogna scegliere opportunamente le direzioni. Se per esempio si facesse partire da A un raggio di luce che incontri due specchi ad angolo retto S in modo che il raggio incidente si separi in due rami SS_1

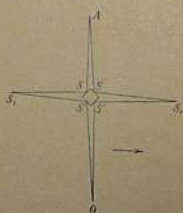



Fig. 8.

ed SS_2 che procederebbero in senso opposto, e in S_1 ed S_2 fossero ancora due specchi egualmente distanti da S e perpendicolari al cammino dei raggi, e questi fossero rimandati su S' che rifletta ancora i due raggi verso O dove fosse l'osservatore, un sistema di questo genere darebbe in O coincidenza di fase per i due raggi tanto se tutto il sistema è in quiete, quanto se è in moto. Infatti se tutto è in quiete il cammino dei due raggi essendo equalmente lungo e percorso nello stesso mezzo isotropo, come supponiamo, impiegherebbero lo stesso tempo, e giungerebbero in O con la stessa fase, perchè son partiti con la stessa fase.

Se poi tutto il sistema fosse in moto con una velocità v, nella direzione della congiungente S_1S_2, e nel senso della freccia il raggio SS_2 sarebbe percorso con velocità $c + v$, e il ritorno S_2S' con velocità $c - v$, e per l'altro il primo tratto SS_1 con velocità $c - v$, ma il ritorno con velocità $c + v$, quindi il tempo impiegato dal primo raggio a fare l'escursione di andata e ritorno sarebbe

$$\frac{d}{c+v} + \frac{d}{c-v}$$

e per il secondo

$$\frac{d}{c-v} + \frac{d}{c+v}$$

e quindi assolutamente eguali.

Si può invece ottenere una differenza di cammino, nel caso del sistema in moto, se un raggio cammina nella direzione del moto, e l'altro nella direzione perpendicolare.

Questo è ciò che hanno tentato MICHELSON e MORLEY nelle famose esperienze fatte nel 1887 e poi ripetute a varie riprese, e da vari sperimentatori, ma sempre senza che si sia riusciti a mettere in vista la velocità v

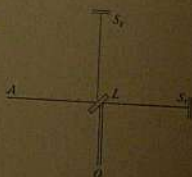



FIG. 9.

del sistema. Fino ad oggi non conosciamo alcun mezzo per stabilire un sistema assoluto dei moti nell'universo.

16. **Le esperienze di Michelson e Morley.** — La esperienza consiste in questo. Un raggio di luce emesso da A – fig. 9 – viene a cadere sopra una lamina cristallina L posta a 45° sul raggio incidente. Allora il raggio si divide in due rami: uno viene riflesso verso S_2, e l'altro viene rifratto verso S_1. In S_1 ed S_2 sono due specchi perpendicolari al raggio, e che quindi rimandano il raggio in senso inverso verso la lamina. Qui di nuovo in parte sono riflessi in parte rifratti, ma un osservatore in O vede tanto il raggio riflesso da S_2 e che attraversa la lamina, quanto quello riflesso da S_1 e che è riflesso da L. Se i due specchi S_1 ed S_2 stanno alla stessa distanza dalla lamina, e tutto è in quiete, i due raggi che arrivano in O hanno fatto lo stesso cammino, e quindi arrivano in O con la stessa fase e non esistono fenomeni d'interferenza.

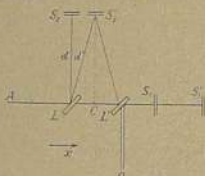



FIG. 10.

Ma supponiamo che tutto il sistema sia in moto, come avviene di fatto per essere l'apparecchio fisso sulla terra e quindi in moto con essa, allora i due raggi possono trovarsi in condizione diversa, e giungere in O con differenza di fase.

Supponiamo, per esempio, che il moto della terra, e quindi dell'apparecchio, sia in un certo istante nella direzione LS_1 e nel senso della freccia – fig. 10. Allora mentre il raggio che ha lasciato L si dirige verso S_1, lo specchio S_1 si va allontanando, e nello stesso tempo si sposta anche S_2 nel senso del moto.

Il raggio, dunque, che sarà riflesso da S_2 compie un cammino che è la risultante del cammino proprio, e del moto del sistema, ossia LS_2' e nel ritorno $S_2'L'$. L'altro che ha attraversato la lamina va da L ad S_1' e nel ritorno da S_1' ad L'.

Quindi i due raggi che arrivano in O hanno fatto diverso

cammino, e quindi potrà misurarsi una differenza di fase dal fenomeno d'interferenza a cui daranno luogo.

Indichiamo con d la distanza tra la lamina L e lo specchio S_1, eguale a quella tra L ed S_2 misurata nell'apparecchio.

Calcoliamo il tempo t_x impiegato dal raggio che cammina nella direzione di x. La velocità del raggio qui si somma semplicemente con la velocità dell'apparecchio, quindi nel tratto da L ad S_1' impiega lo stesso tempo che impiegherebbe se percorresse la distanza d con velocità $c - v$, e nel ritorno quello corrispondente alla velocità $c + v$. Sarà dunque

$$t_x = \frac{d}{c - v} + \frac{d}{c + v}.$$

Eseguendo la somma a secondo membro avremo

$$t_x = \frac{d}{c - v} + \frac{d}{c + v} = \frac{d(c + v) + d(c - v)}{c^2 - v^2} = \frac{2dc}{c^2 - v^2}$$

che potremo anche scrivere

$$= \frac{2d}{c\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}.$$

Nel caso presente v è la velocità della terra, e c quella della luce, ponendo per v la velocità media di 30 chilometri al secondo, e per c quello di 300 mila chilometri al secondo il rapporto v/c risulta eguale a 10^{-4}, e il quadrato v^2/c^2 eguale a 10^{-8}. Se indichiamo con β il rapporto delle due velocità ossia poniamo

$$\beta = \frac{v}{c}$$

risulta $\beta^2 < 1$ e possiamo applicare anche qui lo sviluppo

$$\frac{1}{1 - \beta^2} = 1 + \beta^2 + \beta^4 \ldots$$

e trascurando le potenze di β superiori alla 2ª potremo scrivere

$$t_x = \frac{2d}{c}(1 + \beta^2) \,. \tag{6}$$

L'altro raggio riflesso da L verso S_2 percorrerà di fatto il cammino $L\,S_2'$ e $S_2'\,L'$, e ciascun tratto è l'ipotenusa di un triangolo rettangolo di cui un cateto è la distanza d dello specchio S_2 dalla lamina L, e l'altro è il cammino fatto da tutto il sistema nel tempo in cui il raggio va da L allo specchio. Questo tempo è d'/c e il cateto L C o C L', sarà $v\frac{d'}{c}$. Avremo quindi per il cammino d' l'espressione

$$d'^2 = d^2 + \left(v\,\frac{d'}{c}\right)^2$$

da cui risolvendo

$$d'^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = d^2$$

e quindi

$$d' = \frac{d}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{d}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

e poichè

$$\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1 + \frac{1}{2}\beta^2 - \frac{3}{8}\beta^4 + \ldots$$

potremo porre

$$d' = d\left(1 + \frac{1}{2}\beta^2\right) \,.$$

Allora il tempo t_y necessario perchè il raggio vada da L ad S_2' e ritorni ad L' sarà

$$t_y = \frac{2d}{c}\left(1 + \frac{1}{2}\beta^2\right) \,. \tag{7}$$

E allora la differenza fra i tempi impiegati dai due raggi sarà

$$8) \qquad t_x - t_y = \frac{2d}{c}(1+\beta^2) - \frac{2d}{c}(1+\frac{1}{2}\beta^2) =$$

$$= \frac{2d}{c} \times \frac{1}{2}\beta^2 = \frac{d}{c}\beta^2$$

e ricordando che $\beta^2 = 10^{-8}$

$$9) \qquad t_x - t_y = \frac{d}{c} 10^{-8} .$$

Per determinare quale spostamento di fase porta seco questa differenza di tempo dobbiamo vedere quale frazione del periodo τ, proprio della luce adoperata, rappresenti quel t_x-t_y. Se questo fosse uguale ad un tempo τ od un multiplo di esso, i due raggi si sovrapporrebbero in O con la stessa fase. In generale t_x-t_y sarà minore di τ e quindi vi corrisponderà uno spostamento di fase, differenza che sarà misurata appunto da $\frac{t_x\text{-}t_y}{\tau}$ ossia

$$10) \qquad \frac{t_x - t_y}{\tau} = \frac{d}{c\tau} 10^{-8} .$$

Ora il denominatore $c\tau$ è niente altro che λ, e nel caso delle esperienze del 1887 era $\lambda = 5.9 \times 10^{-5}$, e la d era di 2200 centimetri, il quoziente a primo membro doveva essere eguale 0,37 di λ. L'esperienze non davano spostamenti che raggiungessero 0,02.

In esperienze successive si doveva avere 1.5 di λ, e non si ebbe che 0,0076.

17. Il principio di relatività di Einstein. — Questa impossibilità di riscontrare un sistema assolutamente in quiete, a

cui riferirsi per determinare il moto vero dei corpi, sembra ci conduca all'ipotesi che — sono parole di EINSTEIN — al concetto di quiete assoluta non corrisponda nessuna qualità dei fenomeni, e non solo nella meccanica, ma anche nella elettrodinamica a cui si riconducono i fenomeni della propagazione della luce; e che piuttosto le leggi della elettrodinamica e della luce valgano per qualunque sistema di coordinate, ossia a qualunque corpo ci riferiamo, come valgono le leggi della meccanica [1]. E il contenuto di questa ipotesi è quello che EINSTEIN chiamò *principio della relatività* perchè equivale a riconoscere che non possiamo mettere in rilievo se non il moto relativo dei corpi.

La validità delle leggi della meccanica di cui qui si parla, sta in questo che il principio fondamentale della dinamica che si riassume nella espressione

$$f = am \tag{11}$$

in cui f rappresenta la forza necessaria per comunicare alla massa di inerzia m la accellerazione a, vale tanto se la massa m è in quiete, quanto se è in moto rettilineo uniforme, e quindi vale tanto se consideriamo il moto di m in uno spazio in quiete, quanto se ci riferiamo ad uno spazio in moto rettilineo ed uniforme.

Infatti l'accelerazione è la variazione della velocità rispetto al tempo, quindi è indipendente dalla preesistenza o no di una velocità costante posseduta dalla massa m. Altrettanto per le componenti f_x, f_y, f_z della forza in un sistema cartesiano x, y, z, in relazione alle componenti a_x, a_y, a_z della accelerazione, per le quali valgono le

$$f_x = ma_x\ , \quad f_y = ma_y\ , \quad f_z = ma_z\ . \tag{12}$$

[1] A. EINSTEIN. — *Zur Elektrodynamik bewegter Körper* Ann. d. Phys. 17 (1905).

Ciò può esprimersi anche dicendo che queste componenti conservano lo stesso valore anche se dal sistema di coordinate x, y, z, si passa ad un altro sistema x', y', z' che sia in moto rettilineo e uniforme rispetto al primo.

Questa proprietà della 11) o della 12 è nota col nome di *invarianza* o proprietà invariantiva.

Di fatto però questa proprietà invariantiva non si ritrova in tutte le grandezze della meccanica, perchè molte grandezze non dipendono tanto dalla accelerazione quanto dalla velocità. Così la forza viva di un corpo o di un sistema, dipende dal quadrato della velocità e quindi varia col passare da un sistema in quiete ad uno in moto, o viceversa,

EINSTEIN ha tentato di generalizzare la proprietà invariantiva estendendo dapprima a tutti i problemi della meccanica, e a quelli della propagazione della luce, l'invarianza rispetto ad un moto uniforme, ed è quello che oggi si chiama *relatività speciale*, e poi rispetto ad un moto qualunque, ed è ciò che è noto col nome di *teoria della relatività generale.*

Il criterio fondamentale da cui si è lasciato guidare EINSTEIN e gli altri che l'hanno seguito, è quello che si chiama il principio di equivalenza, e può enunciarsi dicendo che l'effetto di una forza può essere sostituito da una proprietà geometrica dello spazio, e quindi si possono assegnare proprietà geometriche equivalenti alla presenza di una forza. L'esempio portato da EINSTEIN illustra bene questo criterio.

Supponiamo che un osservatore si trovi nell'interno di una cabina di ascensore, e che la cabina scenda liberamente nello spazio con l'accelerazione dovuta alla gravità. Nell'interno di questa cabina i corpi non cadono più perchè di fatti cadono tutti egualmente. Così la forza di gravità è sostituita, in questo spazio, da un moto uniformemente accellerato, e d'altra parte il moto uniformemente accellerato può costruirsi con elementi geometrici, con opportune distribuzione di unità di misura, o, come suol dirsi, con una metrica speciale dello spazio.

Ma lo spazio di cui ha bisogno la relatività non è più uno spazio puramente geometrico poichè le forze, e quindi anche

la presenza dei corpi, e la loro azione, modificano lo spazio, e a loro volta variano col tempo. Un punto dunque dello spazio non sarà più individuato da tre coordinate ma da quattro parametri che ne definiscono insieme la posizione nel tempo e nello spazio, e il tempo non entrerà soltanto come una quarta coordinata ma come un parametro che modifica il sistema stesso di riferimento (1).

È un nuovo spazio, dunque, di cui si ha bisogno, il continuo *spazio-tempo* del MINKOWSKI, di cui abbiamo parlato al numero 7. In questo spazio le coordinate di un punto in quiete variano col solo variare del tempo, e uno stesso intervallo di tempo ha d i v e r s e m i s u r e secondo il punto dello spazio in cui viene considerato.

Il LEVI-CIVITA (2) ha dato alla teoria generale della relatività una interpretazione puramente matematica. Egli si è proposto di determinare quali sono le modificazioni che dobbiamo introdurre nelle equazioni della dinamica e dell'elettromagnetismo perchè acquistino una forma invariantiva per qualunque moto che si dovesse riconoscere nel sistema di riferimento. Ed ha trovato che la correzione da introdurre è l'aggiunta di un termine infinitesimo di 2° ordine, assumendo come infinitesimo di 1° ordine il rapporto della velocità della materia alla velocità

(1) I lavori originali di EINSTEIN sono pubblicati nei resoconti dell'Accademia prussiana delle scienze e negli Annalen der Physik, e i più importanti sono

A. EINSTEIN. – *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*. Ann. d. Ph. 17 (1905).

— *Ueber den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes* Ann. d. Ph. 35 (1911).

— *Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie*. Ann. d. Ph. 49 (1916).

La memoria fondamentale del MINKOWSKI «*Raum und Zeit*» fu pubblicata nei resoconti dell'80ª riunione dei naturalisti a Cöln 21 Settembre 1908, e ne fu data la traduzione italiana nel «Nuovo Cimento», s. 5ª, v. XVIII (1909).

(2) I lavori del LEVI-CIVITA in questa materia sono riassunti nel suo libro «*Fondamenti di meccanica relativistica*» Bologna, 1928.

della luce, ossia $\beta = \frac{v}{c}$, per cui il termine correttivo è β^2 e perciò dell'ordine di 10^{-8}, nel caso della velocità della terra.

E i risultati a cui giunge coincidono quasi integralmente con quelli dell'EINSTEIN.

L'ordine di grandezza del termine correttivo ci mostra già che le leggi della meccanica classica di GALILEO e di NEWTON seguitano a valere come prima approssimazione anche nella meccanica relativistica. E sarebbe inutile cercare una approssimazione maggiore per i fenomeni che si compiono sotto i nostri occhi nei nostri laboratori scientifici, perchè in questi la velocità dei corpi con i quali sperimentiamo è sempre molto minore alla velocità di traslazione della terra, e quindi la β^2 è sempre più trascurabile.

La correzione però può acquistare importanza nei moti celesti per i quali la velocità che si raggiunge per le stelle può salire a qualche migliaio di chilometri al secondo, e nei fenomeni intraatomici perchè la velocità dei corpuscoli può diventare una frazione sensibile della velocità della luce.

I risultati nuovi raggiunti dalla teoria della relatività e segnalati da EINSTEIN fin dal 1916 si riducono a tre problemi: l'incurvatura di un raggio di luce quando passa in vicinanza di un corpo attraente, lo spostamento dell'asse del perielio nel moto planetario e l'accrescimento del periodo di un vibratore in presenza di un campo gravitazionale.

Il vantaggio realmente arrecato dalla teoria della relatività non è tanto nella soluzione di nuovi problemi, perchè anche i tre nuovi effetti accennati possono trovare la loro spiegazione con i criteri della fisica classica, ma è piuttosto quello di avere segnalato una vasta serie di problemi ai quali non si era pensato o non si era dato sufficiente importanza.

18. **La teoria dei quanti.** — È sorta al principio di questo secolo da un felice artificio introdotto dal PLANCK per giungere alla legge di distribuzione dell'energia nello spettro del corpo nero. Il problema dello scambio di energia tra l'etere

e i corpi, che si presenta nello studio dello spettro di emissione, incontra una difficoltà intrinseca alla natura stessa delle cose, perchè mentre nei corpi troviamo un numero finito di gradi di libertà, dato dalla somma di tutti i gradi di libertà posseduti dai suoi corpuscoli elementari, necessariamente in numero finito, nell'etere invece, che ci si presenta come un continuo, i gradi di libertà sono infiniti. La difficoltà è analoga a quella che si incontra nello studio della vibrazione di una corda elastica nella quale i punti vibranti sono infiniti, e bisogna limitarsi a considerare la corda come costituita da tanti elementi finiti nei quali sia concentrata la massa di un tratto piccolissimo, ma finito.

È in qualche modo quello che ha fatto il PLANCK nel problema attuale, introducendo dei campi piccolissimi, ma finiti, nello spazio rappresentativo.

La grandezza corrispondente a questo campo elementare è quello che si chiama il *quanto* di PLANCK e si indica con h, e il suo valore è $h = 6,554 \times 10^{-27}$ ergon sec., ed è un'*azione* ossia il prodotto di una forza viva per un tempo, o una quantità di moto per una lunghezza.

Lo scambio di energia tra l'etere e i corpi si suppone fatto per quanti, nel senso che un corpo, anche elementare, come l'elettrone, non può acquistare nè perdere energia con continuità, ma soltanto a salti, per uno o più granuli, o quanti d'energia. Nel caso di energia raggiante questi granuli elementari dipendono dalla frequenza e precisamente sono dati dal prodotto del quanto elementare h per la frequenza ν del moto vibratorio, e si rappresentano con

$$\varepsilon = h\nu \ . \tag{13}$$

E poichè la frequenza ν è l'inverso di un tempo, perchè è il numero di vibrazioni compiute nell'unità di tempo, e quindi

$$\nu = \frac{1}{\tau} \tag{14}$$

dove τ è la durata di una vibrazione, così il prodotto $h\nu$ è una

azione divisa per un tempo, e quindi è una energia come la forza viva, e si esprime in ergon.

L'introduzione del quanto di azione h e del quanto di energia $h\nu$ ha facilitato la soluzione di un gran numero di problemi, e a questo si deve la fortuna incontrata dalla teoria che in se stessa costituisce una limitazione nella analisi dei fenomeni fisici e delle leggi relative, perchè in questa si dovrebbe considerare l'elemento di azione o di energia non come una grandezza fissa, ma come un infinitesimo, e quindi potersi rendere piccolo ad arbitrio.

EINSTEIN applicò subito l'idea del PLANCK al fenomeno fotoelettrico in cui l'energia portata da un raggio di luce si trasforma in energia cinetica dell'elettrone, ponendo senza altro che

$$15)\qquad h\nu = \frac{1}{2}\, mv^2$$

in cui $h\nu$ è l'energia apportata da un raggio in cui la frequenza sia ν ed m e v sono la inerzia e la velocità dell'elettrone. E si estende l'analogia al caso di un fascio di raggi catodici emessi in un tubo in cui la differenza di potenziale tra gli elettrodi sia V, e quindi l'energia potenziale degli elettroni la cui massa, o carica elettrica, sia e, sarebbe data da eV, perchè anche in questo caso l'energia potenziale degli elettroni si trasforma in energia cinetica nel moto dell'elettrone nel campo V, e quindi

$$16)\qquad h\nu = \frac{1}{2}\, mv^2 = eV\,.$$

E questa stessa formola letta nel senso inverso, da destra verso sinistra, si esprime dicendo che in uno spazio in cui il potenziale elettrico sia V un elettrone dall'energia potenziale eV passerà all'energia cinetica $\frac{1}{2}\, mv^2$ che può trasformarsi in energia raggiante — per es. raggi X — di frequenza ν.

Applicando poi questi concetti al moto degli elettroni nel campo formato da un nucleo atomico si ottennero i bei risultati che descrivono abbastanza bene i fenomeni della emissione con i criteri fondati sulla legge EINSTEIN-BOHR, secondo la quale la differenza tra la quantità di energia di un corpuscolo prima e dopo l'emissione, o rispettivamente l'assorbimento, è sempre dato da

$$W_i - W_f = h\nu \tag{17}$$

indicando con W_i e W_f l'energia iniziale e la finale.

19. Teoria ondulatoria. — La teoria dei quanti ha avuto la sua fortuna dal momento in cui EINSTEIN la applicò per primo alla energia raggiante. A fianco del *quanto di azione* introdotto dal PLANCK per assegnare la legge di distribuzione della energia nello spettro del corpo nero EINSTEIN pose il quanto di luce $\varepsilon = h\nu$ che è il prodotto del quanto di PLANCK per la frequenza della luce. È dunque un quanto che varia con la frequenza.

Ma ciò che fu la fortuna del quanto fu anche l'inizio della sua decadenza. Appunto dalla applicazione dell'idea quantistica alla energia portata da un raggio di luce si è visto che non si poteva spingere troppo oltre l'ipotesi. Un raggio di luce non può considerarsi come una successione di grani di energia; basta pensare ai fenomeni di interferenza e di diffrazione che non si possono riconciliare semplicemente con l'idea di grani di luce. Del resto la forma stessa del quanto di luce include il concetto di onda perchè include una frequenza ν.

D'altra parte il corpuscolo elementare dei corpi, l'elettrone, è sempre associato alla idea di un moto vibratorio, e di una onda, e in alcuni fenomeni, come quello di COMPTON, si ha scambio di energia tra un quanto di luce e un elettrone, come se i fenomeni relativi fossero equivalenti, e nelle esperienze di DAVISSON e GERMER un fascio di raggi catodici si comporta come un fascio di raggi X perchè dà luogo a fenomeni di diffrazione come quelli.

Sembra dunque che il concetto corpuscolare non si possa separare dall'ondulatorio, e viceversa.

E allora si può pensare ad una teoria che associ l'uno e l'altro di questi concetti.

SCHRÖDINGER (1) credette potesse bastare il concepire i corpuscoli come un pacchetto di onde: ma nella maggior parte di fenomeni le onde si diffondono in modo da non restar più traccia di corpuscoli.

L. DE BROGLIE (2) ha creduto poter identificare il corpuscolo come una singolarità in un fenomeno ondulatorio, o almeno pensare al corpuscolo come un punto materiale guidato da un'onda pilota.

HEISENBERG (3) preferisce sopprimere un significato reale all'onda, e rinuncia ad individuare il corpuscolo; l'onda, o meglio la funzione che rappresenta il fenomeno ondulatorio, significa solo la probabilità che il copuscolo si trovi in determinate condizioni di posto e di velocità, e con ciò il concetto di indeterminazione nei fenomeni corpuscolari è una condizione essenziale nella teoria di HEISENBERG e BOHR.

Queste varie forme della teoria ondulatoria hanno in comune lo strumento analitico di cui si servono: *la funzione* ψ. L'idea da cui parte la teoria ondulatoria è l'analogia che esiste tra la propagazione di un'onda, e la traiettoia di un corpuscolo. La prima è regolata dal principio di FERMAT, la seconda dal principio di MAUPERTUIS. L'uno e l'altro si possono esprimere come un principio di minimo: il passaggio di un'onda o di un corpuscolo da un punto A ad un punto B dello spazio si compie spontaneamente lungo la linea di minima spesa.

(1) E. SCHRÖDINGER. *Ann. di Phys.* vol. 79 p. 361 (1926) e passim successivamente.

(2) L. DE BROGLIE. *Tesi di laurea* (1924) e *Journ. de Phys.*, dal 1925 in poi.

(3) HEISENBERG. *Zeitschrift für Phys.*, 33, p. 879 (1925).

Il principio di FERMAT si esprime ponendo che

$$\delta \int_A^B n \, ds = 0$$

$$\text{variaz. integr. } n \times ds = 0$$

quello di MAUPERTUIS

$$\delta \int_A^B mv \, ds = 0$$

$$\text{variaz. integr. } mv \, ds = 0 \; .$$

Nella prima formola n è l'indice di rifrazione del mezzo in cui passa l'onda, nella seconda mv è la quantità di moto del corpuscolo che ha una massa m ed una velocità v.

Si passa dunque dalla propagazione di un'onda al moto di un corpuscolo sostituendo all'indice di rifrazione n la quantità di moto. Si è introdotto l'uso di chiamare *onda associata* quella che con la sua propagazione descrive la traiettoria del corpuscolo, per esempio ponendo come ipotesi che il corpuscolo sia rappresentato da un punto facilmente riconoscibile dell'onda. Ma se è possibile seguire le leggi della propagazione delle onde nei problemi ordinari dell'ottica geometrica non lo è più quando le dimensioni della lunghezza d'onda sono dell'ordine delle dimensioni corpuscolari.

L'equazione a cui soddisfa la funzione ψ è dedotta dalla equazione del moto ondoso

$$\Delta_2 \psi - \frac{1}{\lambda^2} \frac{\partial \psi^2}{dt^2} = 0 \, .$$

Se la funzione ψ è del tipo sinusoidale, e se si introducono le grandezze elettroniche, l'equazione prende la forma

$$\Delta_2 \psi + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - U) \psi = 0 \qquad 18)$$

che è nota sotto il nome di equazione di SCHRÖDINGER. In

questa formola m è l'inerzia del corpuscolo, h il quanto di PLANCK, E è l'energia totale, e U l'energia potenziale (¹).

Il significato che prende la ψ varia da un autore all'altro. L'interpretazione attualmente più accettata è che la ψ determini la probabilità che l'elemento a cui si riferisce, l'elettrone, si trovi in un determinato stato, ossia in un determinato punto con una determinata velocità.

L'equazione di SCHRÖDINGER ammette soluzioni finite, continue, e ad un sol valore per determinati valori della energia E. Questi speciali valori di E sono noti col nome di *autovalori*, e le soluzioni ψ che se ne deducono si dicono *autofunzioni*.

Ciò corrisponde alla esistenza di strati elettronici intorno al nucleo atomico corrispondenti ai valori $h\nu$ della energia E. Gli strati elettronici sono dunque qui rappresentati da zone di maggiore probabilità di esistenza di elettroni.

E poichè ad un autovalore di E possono talvolta corrispondere più autofunzioni ψ così lo strato può essere complesso, e dar ragione della moltiplicità delle strie corrispondenti.

Ma esorbita dal nostro compito entrare nel meccanismo di queste teorie che hanno condotto ad un meraviglioso sviluppo del calcolo assoluto, il calcolo delle matrici.

Importa però accennare che il LEVI-CIVITA ha recentemente dimostrato come dalla conoscenza della equazione di SCHRÖDINGER si può giungere a due tipi di soluzioni corrispondenti a due ipotesi fondamentali, soluzioni che egli distingue col nome di caratteristiche e bicaratteristiche; le prime descrivono la propagazione ondosa, le seconde le traiettorie corpuscolari. Così l'analisi matematica ha già risolto il problema della coesistenza del concetto ondoso e di quello corpuscolare che inevitabilmente si riscontra nei fenomeni della fisica intraatomica.

(¹) L'operatore Δ_2 introdotto nella formola è conosciuto nel calcolo differenziale e precisamente esprime la somma delle derivate seconde della funzione rispetto alle tre coordinate.

20. **Il principio di indeterminazione.** — La teoria ondulatoria è in qualche modo un ritorno al continuo nella forma in cui viene proposta, ma include tuttora l'idea quantistica. La natura stessa delle grandezze che si introducono nella teoria non permette alle grandezze stesse di poter prendere con continuità tutti i valori possibili, ma soltanto valori discreti che differiscono sempre, l'uno dall'altro, per un numero intero di quanti. E la teoria matematica delle autofunzioni e dei corrispondenti autovalori si adatta appunto a questa distribuzione quantistica. Una delle conseguenze analitiche, che si deducono dalle premesse teoriche, è che se le grandezze che compaiono nell'equazione fondamentale della teoria, per esempio la E e la U della formola 18, o anche una sola di queste due; dipendono da due parametri che possiamo indicare con p e q, la grandezza stessa risulta determinata soltanto a meno di una incertezza rappresentata dal prodotto delle due incertezze dei parametri p e q, e questo prodotto non può discendere al disotto di un certo valore minimo. E precisamente l'incertezza è rappresentata da

$$19) \qquad \Delta p \, \Delta q \geq h$$

dove il Δ sta ad indicare l'incertezza corrispondente al parametro, e che nella forma analitica si può ricondurre a quello che è l'errore quadratico medio che si assegna nella teoria degli errori. In questa espressione la h è ancora il quanto di PLANCK che la teoria introduce tanto nella espressione della E, quanto in quella della U.

Un processo che si conformasse veramente al concetto di continuità dovrebbe permettere di esprimere il prodotto $\Delta p \; \Delta q$ non per mezzo di una grandezza finita h, ma di una grandezza infinitesima, cioè che si potesse rendere piccola ad arbitrio.

Questo risultato analitico concorda con i risultati che si potrebbero dire sperimentali. Quando si vogliano determinare le grandezze relative allo stato di un corpuscolo elettrico, per esempio la sua posizione in un determinato istante, e la sua

velocità, non si riesce a precisarle che con una approssimazione finita; il prodotto delle incertezze nella misura delle due grandezze non discende al disotto della grandezza h. Quindi non è possibile determinare contemporaneamente le due grandezze con una precisione sempre crescente, perchè il prodotto delle due incertezze resta costante, e quindi se diminuisce l'errore per una delle due grandezze crescerà necessariamente quello dell'altra.

Questo stato di cose è oggi conosciuto col nome di *principio di indeterminazione*, e si può esprimere con la formola di HEISENBERG-BOHR

20)
$$\Delta W \Delta t \geq h$$

in cui W indica l'energia del sistema, e t la fase nella quale si trova il sistema che possiede quella energia, e può applicarsi anche ad un solo elettrone. I risultati sperimentali che sembrano giustificare questa indeterminazione sono specialmente quelli che si ottengono dalla osservazione dell'effetto COMPTON [1].

Questo risultato, insieme teorico e sperimentale, che si concreta nel principio di HEISENBERG-BOHR, ha fatto asserire ad alcuni fisici, che nei fenomeni ultraatomici, di cui qui si tratta, non vale più il principio del determinismo fisico, e quindi non vale più il principio di causalità. Evidentemente la conclusione va oltre le premesse.

Il *determinismo fisico* di cui qui si parla consiste in questo: conoscendo le condizioni di un determinato sistema, in un certo istante, lo stato che assumerà il sistema in un istante successivo è determinato. In altri termini il sistema non è libero di scegliere il suo stato, ma questo è perfettamente determinato dalle condizioni iniziali del sistema. La convinzione di tutti i fisici è stata sempre che questo principio non può mettersi in dubbio. In questa persuasione è fondata tutta la fisica, e la persuasione risulta dalla osservazione costante dello svolgersi dei fenomeni

[1] Vedi Cap. 8°, par. 3°.

fisici nei quali si verifica sempre che: gli stessi corpi, posti nelle stesse circostanze, agiscono sempre nello stesso modo. È niente altro che la costanza delle leggi della natura, senza la quale non avrebbe senso parlare di leggi e di forze della natura.

L'induzione per cui giungiamo a riconoscere questa determinazione nel modo di agire dei corpi e delle forze ci permette di estenderla anche ai fenomeni dove non possono giungere direttamente i nostri sensi, come sono i fenomeni corpuscolari. Ammettere che un elettrone in un determinato istante non agisca nel senso determinato dalle sue attuali condizioni equivale ad ammettere che l'elettrone è libero, e questo nessuno potrà ammetterlo.

Come devono dunque spiegarsi i risultati sperimentali e teorici che sembrano negare questo determinismo? Dallo stato stesso del problema. Per potere determinare quale sarà lo stato di un sistema dopo un certo tempo, successivo a quello in cui lo osserviamo, bisogna poter determinare le condizioni attuali del sistema. E questo noi non siamo in grado di farlo, noi non possiamo determinare con precisione lo stato del sistema, per esempio, la posizione e la velocità di un elettrone in un determinato istante, i nostri mezzi non ci permettono che d'assegnarlo con una certa approssimazione, ed è quindi chiaro che non potremo determinare quale sarà il suo stato in un istante successivo. Inoltre, anche quando si fosse riusciti a precisare le grandezze inerenti al sistema in un determinato istante, le operazioni che dobbiamo fare per osservare e misurare il fenomeno provocano alterazioni nel sistema stesso, e non possiamo misurare l'effetto di queste alterazioni: dobbiamo per esempio illuminare il corpo che osserviamo e introdurre uno strumento di misura, e con ciò lo stato del sistema viene modificato. La indeterminazione quindi che verifichiamo è conseguenza necessaria delle condizioni in cui operiamo.

Non abbiamo dunque nessun diritto di dire che il sistema non seque le leggi determinate, mentre d'altra parte l'induzione giustifica pienamente la affermazione della determinazione nel modo di agire del sistema, anche per i corpuscoli subatomici.

CAPITOLO SECONDO

La meccanica molecolare

§ 1. — *La pressione dei fluidi.*

21. **La meccanica molecolare e le proprietà dei corpi.** — La meccanica studia i problemi del moto. Nella fisica generale i problemi della meccanica si riferiscono al moto delle moli su traiettorie e dimensioni sensibili, e le leggi che si deducono sono sempre relative alle proprietà e ai fenomeni immediatamente connesse con il moto.

Se penetriamo nella struttura dei corpi e studiamo il moto delle molecole di cui sono costituiti, i fenomeni che ne deduciamo ci si manifestano sotto forma di proprietà nuove: come pressione, e calore.

Nello studio della meccanica molecolare dei corpi partiamo dalla considerazione della materia allo stato gassoso che è lo stato più semplice e quindi più accessibile all'analisi.

22. **La teoria cinetica dei gas.** — La teoria cinetica dei gas tende a dar ragione delle proprietà generali dei corpi allo stato gassoso partendo da pochi postulati fondamentali. Come in tutte le teorie noi ci formiamo un modello ideale dei corpi allo stato gassoso, e da questo deduciamo quali fenomeni in essi potranno compiersi, e con quali leggi.

Il modello di un gas, o più in generale, di un fluido, fu proposto per la prima volta da DANIELE BERNOUILLI fin dal

1738 nella sua « *Hydrodinamica, sive de viribus et motibus fluidorum* ». La teoria del BERNOUILLI si è svolta, completata, e costituisce oggi la teoria più salda della fisica corpusculare.

23. I postulati fondamentali della teoria. — La teoria cinetica dei gas, o dei fluidi in generale, parte da tre ipotesi, o postulati fondamentali:

a) i fluidi sono costituiti da particelle piccolissime, perfettamente elastiche, lontane fra loro, eguali in peso e in dimensioni.

b) le particelle che costituiscono il fluido sono animate da una forza viva, ossia posseggono una determinata velocità eguale per tutte ed egualmente distribuita in tutte le direzioni.

c) la forza viva posseduta dalle particelle di un fluido misura la quantità di calore che il fluido possiede.

Partendo da queste ipotesi risultano immediatamente le proprietà seguenti:

un gas è *pesante*, perchè costituito da particelle pesanti,

il gas *tende ad espandersi*, perchè la velocità posseduta dalle sue particelle le trasporta ovunque trovi libero il cammino,

il gas *è compressibile* perchè può farsi diminuire la distanza media tra le particelle.

Le altre proprietà possono facilmente dimostrarsi [1].

24. Pressione di un gas. — Sappiamo che un gas esercita una pressione sulle pareti di un recipiente in cui è contenuto. I due primi postulati ci permettono di asserire che se un gas è racchiuso in un recipiente le sue particelle verranno continuamente ad urtare sulle pareti interne di esso, e sarà facile calcolare l'impulso che le pareti stesse ne riceveranno per ogni unità di tempo e quindi la forza che su esse agisce, ossia la pressione che la parete subisce.

[1] Le particelle di cui il gas è costituito sono quelle che sogliamo chiamare le molecole, e nella trattazione dei vari problemi adopreremo indifferentemente l'una o l'altra denominazione.

Ci limitiamo a darne qui un calcolo elementare che non ostante il processo semplicistico equivale ad una dimostrazione analitica rigorosa.

Supponiamo una certa quantità di gas racchiuso in un recipiente di volume V che per semplicità supponiamo di forma cubica con spigolo a. La massa totale del gas sia M, e il numero di molecole che essa contiene sia N. Se diciamo m la massa di ciascuna molecola, eguale per tutte, si avrà per definizione

$$M = Nm \ .$$

Diciamo v la velocità media costante delle molecole, anche questa eguale per tutte conforme al 2° postulato. La quantità di moto posseduto da ciascuna molecola è per definizione espressa dal prodotto

$$mv = \text{quantità di moto.} \tag{21}$$

Dalla meccanica generale sappiamo che l'azione esercitata da un corpo di massa m e di velocità v che ne urta un altro, è misurata dalla variazione che subisce la quantità di moto mv ossia dalla differenza tra la quantità di moto che il corpuscolo possiede prima dell'urto, e quella che possiede dopo l'urto.

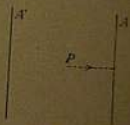



FIG. 11.

Consideriamo allora una molecola nel punto P con la velocità ad angolo retto verso la parete A del recipiente. Quando la molecola urta su A ne viene rimbalzata, e avendo posto che sia perfettamente elastica, acquisterà una velocità eguale a quella che aveva prima dell'urto, ma in senso contrario. Allora, poichè la quantità di moto che la molecola possedeva prima dell'urto era mv, quella che possederà dopo l'urto sarà $m \times (-v)$ ossia $-mv$ e quindi la variazione che ha subito la sua quantità di moto sarà

$$d(mv) = mv - (-mv) = 2mv \ . \tag{22}$$

Questa variazione, per quanto si è detto, misura l'azione che la particella ha esercitato sulla parete A.

Seguiamo la molecola nella sua corsa di ritorno. La direzione della sua velocità non è cambiata quindi essa procederà dalla parete A verso quella opposta A′, e da questa verrà rimbalzata riprendendo così la velocità v nel senso positivo iniziale, fino a tornare ad urtare in A. L'intervallo di tempo che passa tra il primo urto e il secondo urto sulla stessa parete sarà dato dal tempo impiegato per andare dalla parete A a quella A′ e ritornare. Siccome abbiamo supposto che la distanza tra A ed A′ sia a, spigolo del cubo, e la velocità con cui la molecola percorre quello spazio è v, mentre lo spazio totale da percorrere è $2a$ così il tempo che cerchiamo sarà espresso da

$$\tau = \frac{2a}{v} .$$

Se vogliamo contare quanti sono gli urti che la stessa particella P darà in un secondo sulla stessa parete A basterà che prendiamo il reciproco di τ. Sarà dunque

$$\frac{1}{\tau} = \frac{v}{2a} .$$

E poichè per ogni urto la parete subisce un urto misurato da $2mv$, la somma di tutti gli urti che una stessa particella darà sulla stessa parete durante un secondo sarà

$$2mv \times \frac{v}{2a} = \frac{mv^2}{a} .$$

Ma le particelle presenti nel volume V sono N, e le velocità sono egualmente distribuite in tutte le direzioni. Questa distribuzione uniforme ci permette di assumere che tutte le particelle che verranno ad urtare sulla parete A saranno un terzo di tutte le N perchè le tre direzioni possibili che coincidono

con le direzioni degli spigoli del cubo devono considerarsi con la stessa distribuzione.

Volendo procedere con più rigore dovremmo considerare una particella animata da una velocità comunque diretta, e decomporre questa secondo le tre direzioni fondamentali, e calcolare su queste le quantità di moto cedute a ciascuna parete, e si giungerebbe allo stesso risultato.

Poniamo dunque che $N/3$ sono le particelle che vengono ad urtare la parete A, la somma di tutti gli urti che subirà la parete A durante un secondo, tenendo conto di tutte le particelle, sarà

$$\frac{N}{3} \times \frac{mv^2}{a} .$$

Questa grandezza misura la quantità di moto ceduta da tutte le molecole alla parete durante un secondo. E poichè la quantità di moto è eguale all'impulso, potremo dire che quella grandezza misura la spinta che riceve la parete nell'unità di tempo. Se chiamiamo *pressione* questa forza, e la indichiamo con P potremo scrivere, per $t = 1$

$$P = \frac{1}{3} Nm \frac{v^2}{a} .$$

Abbiamo considerato fin qui tutta la parete A, e poichè abbiamo supposto che tutte le grandezze siano egualmente distribuite così anche la pressione P sarà egualmente distribuita su tutta la superficie della parete. Ora nella misura di una pressione si suol assegnare il valore relativo alla unità di superficie. Per questo basterà che dividiamo la pressione totale P per la superficie S della parete e avremo come pressione unitaria

$$p = \frac{1}{3} \frac{Nmv^2}{aS} .$$

Nel caso presente la $S = a^2$, ma il risultato è generale, e potrebbe applicarsi a qualunque forma di recipiente.

25. **L'equazione fondamentale della teoria.** — Se ora osserviamo che aS è il volume V del recipiente, l'ultima formola possiamo anche scriverla

$$p = \frac{1}{3} \frac{Nmv^2}{V} \tag{23}$$

od anche

$$pV = \frac{1}{3} Nmv^2 . \tag{24}$$

Questo risultato espresso nella forma 23) o nella forma 24) costituisce quella che suol chiamarsi l'*equazione fondamentale* della teoria cinetica dei gas.

Il metodo seguito per dedurla è particolare per la forma parallelepipeda del recipiente, ma il principio di PASCAL ci basta per generalizzare il risultato a qualunque altra forma. E se invece del calcolo semplice adoperato qui avessimo seguito i criteri del calcolo infinitesimale saremmo giunti esattamente allo stesso risultato [1].

26. **La legge di Boyle e Mariotte.** — La formola 24) costituisce l'espressione della legge di BOYLE e MARIOTTE secondo la quale il prodotto della pressione di un gas per il suo volume è una costante, e che può anche esprimersi dicendo che la pressione esercitata da una determinata quantità di gas è inversamente proporzionale al suo volume. Questa legge sappiamo che vale per le variazioni di volume a cui si sottopone il gas purchè non si alteri la sua temperatura.

[1] Vedi il calcolo più rigoroso in *Fisica dei Corpuscoli*, cap. IV, § 2.

Ora il secondo membro della 24) contiene grandezze proprie del gas e indipendenti dal suo volume, cioè il numero totale delle molecole, la massa di ciascuna molecola, e la velocità media eguale per tutte. Quindi il secondo membro dell'equazione è una costante per quanto riguarda le variazioni di volume del gas, e per ciò verifica la legge di BOYLE e MARIOTTE. Al variare del volume occupato dal gas, ciò che varierà sarà il numero degli urti che subiranno le pareti, e quindi varierà la pressione, ma il procedimento che ci è servito per determinare la pressione dimostra appunto che la variazione che subisce la pressione è in rapporto inverso a quella che subisce il volume.

27. **Considerazioni pel caso di un gas pesante.** — Nel calcolare la distribuzione degli urti abbiamo supposto le particelle egualmente distribuite, ed egualmente distribuite anche le direzioni della velocità. In questo modo tutte le pareti del recipiente, tanto quelle laterali, quanto le due basi superiore ed inferiore, subiscono la stessa pressione.

Evidentemente questo è un caso ideale. Nel problema reale dobbiamo pur supporre tutte le particelle eguali fra loro e con eguale distribuzione di velocità, ma dobbiamo tener conto che ciascuna particella ha un peso proprio e quindi è sottoposta ad una forza di attrazione della terra diretta secondo la verticale.

Se quindi in un istante qualunque si volesse determinare la risultante di tutte la velocità possedute da tutte le particelle, si troverebbe che questa risultante è zero nel caso ideale, ma nel caso reale si troverebbe una risultante diretta dall'alto verso il basso. Questa velocità risultante sarebbe data dalla accelerazione di gravità che agisce su ciascuna particella, e la quantità totale di moto che ne risulterebbe sarebbe il prodotto della quantità di moto elementare acquistata da ciascuna particella per il numero delle particelle.

Questo eccesso di velocità nel senso della gravità produce un doppio effetto: un e c c e s s o nella quantità di moto ceduto dalle particelle nella direzione e nel senso della gravità su

quello ceduto nelle due altre direzioni fondamentali, e questo è ciò che si manifesta come il *peso* del gas; e una condensazione delle particelle, crescente nel senso stesso della gravità, per cui nei gas reali non si ha più una distribuzione uniforme, ma il numero di particelle contenute nell'unità di volume va crescendo con una determinata legge procedendo dallo strato più alto verso gli strati inferiori.

§ 2. — *Il terzo postulato e l'equazione caratteristica.*

28. **Calore e temperatura.** — Le proprietà dei gas che conosciamo dalla meccanica, e che sono espresse nelle leggi di Avogadro, di Dalton, di Gay Lussac richiedono la determinazione del concetto di calore e di temperatura.

Il terzo postulato fondamentale enunciato già nel numero 23 attribuisce al contenuto di energia cinetica delle particelle del fluido il significato di *calore*. Questa ipotesi che a prima vista sembra ardita, viene giustificata dai fatti, non meno che le altre due, contenute nei due primi postulati.

Il calore è una forma di energia dei corpi che si propaga per contatto e si trasforma facilmente in energia meccanica. Il passaggio di calore da un corpo all'altro avviene sempre nel senso che va dai corpi che possiedono calore a maggiore temperatura, a quelli che lo posseggono a temperatura minore. La temperatura può paragonarsi al livello a cui è sollevata questa energia speciale dei corpi che chiamiamo calore, per analogia a quello che si riscontra nei liquidi, od anche al potenziale in relazione alla quantità di elettricità per analogia allo stato elettrico dei corpi.

Per lo stesso corpo la temperatura è proporzionale alla quantità di calore che il corpo possiede finchè si può ritenere costante la capacità calorifica del corpo, ossia la quantità di calore necessaria per sollevare di un grado una quantità unitaria di massa del corpo.

Ma da un corpo all'altro la capacità calorifica varia, quindi corpi diversi possono possedere la stessa quantità di calore senza avere la stessa temperatura, e viceversa. L'analogia con i fenomeni idrodinamici ed elettrici si conserva anche in questo perchè recipienti diversi avranno in generale diversa capacità per i liquidi, e corpi diversi diversa capacità elettrica.

Nondimeno per i gas perfetti come sono quelli che verificano la legge di BOYLE e MARIOTTE, e che qui consideriamo, la capacità calorifica è la stessa per tutti, se ci riferiamo a volumi eguali di gas, e non a pesi eguali, e precisamente è misurata da 0.237 come risulta specialmente dalle esperienze di REGNAULT e di WIEDEMANN, e quindi se volumi eguali di gas alla stessa pressione hanno la stessa temperatura, hanno anche la stessa quantità di calore, e quindi la stessa forza viva molecolare, secondo il nostro postulato.

Queste considerazioni ci permettono di dimostrare le leggi sopra ricordate.

29. **La legge di Avogadro.** — Paragoniamo volumi eguali di gas diversi alla stessa pressione e alla stessa temperatura. Distinguiamo con gli indici 1, 2, 3, ... le grandezze corrispondenti alle diverse sostanze. Per ciascuno di essi potremo scrivere la equazione fondamentale, e cioè

$$p_1 V_1 = \frac{1}{3} N_1 m_1 v_1^2$$

$$p_2 V_2 = \frac{1}{3} N_2 m_2 v_2^2$$

$$p_3 V_3 = \frac{1}{3} N_3 m_3 v_3^2$$

. . . .

e poichè per ipotesi i volumi sono eguali, e sono anche eguali le pressioni, così i primi membri di queste eguaglianze sono

eguali fra loro, e potremo porre eguali i secondi membri cioè

$$25)\quad pV = \frac{1}{3} N_1 m_1 v_1^2 = \frac{1}{3} N_2 m_2 v_2^2 = \frac{1}{3} N_3 m_3 v_3^2 = \dots$$

Ma per ipotesi sono anche eguali le temperature, e poichè si tratta di gas perfetti, e quindi con la stessa capacità calorifica, applicando il terzo postulato, dovremo esprimere l'eguaglianza tra le forze vive molecolari, ossia si dovrà avere

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_3 v_3^2 = \dots$$

e quindi i fattori $m_1 v_1^2, m_2 v_2^2, m_3 v_3^2$ della formola 25) sono tutti eguali fra loro. Ne segue che perchè sia verificata la eguaglianza 25) deve anche essere

$$26)\quad N_1 = N_2 = N_3 = \dots$$

ossia il numero delle molecole dei vari gas è lo stesso per tutti i gas, quando il volume, la pressione, la temperatura è la stessa.

Ed è questa precisamente la *legge di* AVOGADRO che si enuncia dicendo che *volumi eguali di gas diversi, alla stessa pressione e alla stessa temperatura contengono lo stesso numero di molecole.*

30. **La legge di Dalton.** — Supponiamo ora un recipiente di volume V. Poniamo in esso una certa quantità di gas e determiniamo la pressione che esso esercita sopra l'unità di superficie di una parete qualsiasi. Avremo secondo la formola 23) che la pressione sarà data da

$$p_1 = \frac{1}{3} \frac{N_1 m_1 v_1^2}{V}$$

se contrassegniamo con l'indice 1 questo primo gas.

Togliamo ora questo primo gas dal recipiente e mettiamoci invece una certa quantità di un secondo gas. Anche per questo avremo che la pressione che esso esercita sarà espressa da

$$p_2 = \frac{1}{3} \frac{N_2 m_2 v_2^2}{V}.$$

E analogamente se eseguiamo la stessa operazione per altri gas.

Poniamo ora invece queste stesse quantità di gas diversi non più successivamente ma tutte insieme nello stesso volume V. Se allora determiniamo la pressione che questo miscuglio esercita sulle pareti del recipiente dovremo ripetere per ciascuna specie di gas il procedimento seguito nel numero 24, perchè ciascun gas porta il suo contributo, purchè, come supponiamo, le varie molecole non si ostacolino a vicenda.

La pressione del miscuglio risulterà qui espressa dalla somma di tanti termini quanti sono i vari gas, e precisamente si avrà una pressione totale p data da

$$p = \frac{1}{3} \frac{N_1 m_1 v_1^2}{V} + \frac{1}{3} \frac{N_2 m_2 v_2^2}{V} + \frac{1}{3} \frac{N_3 m_3 v_3^2}{V} + \dots$$

ossia

27)
$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots$$

ossia la pressione esercitata da un *miscuglio di vari gas racchiuso in un recipiente è eguale alla somma delle pressioni che ciascun gas eserciterebbe se da solo occupasse tutto il volume del recipiente.*

Ed è questa *la legge di Dalton* data dalla esperienza.

31. **La prima legge di Gay Lussac.** — Sappiamo dalla fisica generale che il coefficiente di dilatazione dei gas è lo stesso per tutti. Vediamo se i postulati che abbiamo posto possono dar ragione di questo fatto sperimentale.

Prendiamo una certa quantità di gas che alla temperatura di zero gradi centigradi, ad una determinata pressione, per es. alla pressione normale di 760 mm, abbia un volume che diciamo V_0, e ad una temperatura t il volume V_t. Sappiamo che il volume V_t è legato al volume V_0 dalla formola

$$V_t = V_0(1 + \alpha t) \tag{28}$$

in cui α è il *coefficiente di dilatazione del gas a pressione costante*, ossia l'aumento dell'unità di volume del gas per l'aumento di un grado di temperatura.

Nella equazione fondamentale 24) volendo tener conto della temperatura potremo contrassegnare con l'indice zero il volume a zero gradi nel primo membro, e nel secondo dovremo con lo stesso indice contrassegnare la velocità molecolare v perchè è la sola grandezza che può variare. Porremo dunque

$$pV_0 = \frac{1}{3} Nmv_0^2 \,. \tag{29}$$

Riscaldiamo questo gas ad una temperatura t senza alterare la pressione, ossia lasciandolo libero di espandersi. Allora a primo membro invece della V_0 dovremo porre $V_0(1 + \alpha t)$, e perchè sia conservata l'eguaglianza dovrà introdursi questo fattore anche nel secondo membro. Avremo dunque per la pressione p e la temperatura t

$$pV_0(1 + \alpha t) = \frac{1}{3} Nmv_0^2 (1 + \alpha t) \,. \tag{30}$$

E poichè nè il numero N delle molecole può alterarsi per l'aumento della temperatura, nè la massa m, così il fattore $(1 + \alpha t)$ apparterrà propriamente alla velocità molecolare v che sarà quindi accresciuta.

Supponiamo ora di aver due gas diversi contraddistinti dalle grandezze N_1, m_1, v_1, e N_2, m_2, v_2. Per semplicità

supporremo che abbiano lo stesso volume e la stessa pressione alla temperatura di zero gradi. Avremo dunque per ciascuno

$$pV = \frac{1}{3} N_1 m_1 v_1^2$$

$$pV = \frac{1}{3} N_2 m_2 v_2^2$$

in cui V e v corrispondono ai valori che queste grandezze hanno alla temperatura zero, sopprimendo per semplicità l'indice zero. Riscaldando ora alla temperatura t avremo rispettivamente

$$pV(1 + \alpha_1 t) = \frac{1}{3} N_1 m_1 v_1^2 (1 + \alpha_1 t)$$

$$pV(1 + \alpha_2 t) = \frac{1}{3} N_2 m_2 v_2^2 (1 + \alpha_2 t)$$

in cui α_1 e α_2 sono rispettivamente il coefficiente di dilatazione per il primo e per il secondo gas.

Applichiamo ora il terzo postulato; se la temperatura di due gas è la stessa, trattandosi di gas perfetti è anche la stessa la loro energia cinetica molecolare e quindi per la temperatura di t^0 si avrà l'eguaglianza

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 (1 + \alpha_1 t) = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 (1 + \alpha_2 t)$$

e per zero gradi, nelle ipotesi ammesse,

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

e dividendo membro a membro le due eguaglianze sarà

$$\frac{\frac{1}{2} m_1 v_1^2 (1 + \alpha_1 t)}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2^2 (1 + \alpha_2 t)}{\frac{1}{2} m_2 v_2^2}$$

e sopprimendo i fattori comuni a numeratore e a denominatore resterà

$$1 + \alpha_1 t = 1 + \alpha_2 t$$

e poichè la t è la stessa nei due casi sarà

$$\alpha_1 = \alpha_2 \tag{31}$$

Ossia i due gas hanno lo stesso coefficiente di dilatazione.

Questo ragionamento può ripetersi per tutti i gas, quindi si deduce che il coefficiente di dilatazione *dei gas* a *pressione costante* è eguale per tutti *i gas*, che è l'enunciato della legge di GAY LUSSAC.

32. La seconda legge di Gay Lussac. — Sappiamo che un gas si può riscaldare in due modi: o mantenendolo a pressione costante, o a volume costante. Nel primo caso il gas è lasciato libero di espandersi, nel secondo caso si impedisce l'aumento di volume aumentando convenientemente la pressione. Operando con un recipiente fornito di un manometro ad aria libera bisogna nel primo caso manovrare un rubinetto e fare uscire del mercurio fino a riportare il livello alla stessa altezza nei due rami del manometro; nel secondo caso bisogna invece aggiungere mercurio nel ramo aperto in modo che il livello nel ramo chiuso resti alla stessa altezza iniziale per es. quella relativa alla temperatura zero.

Se le condizioni iniziali del gas alla temperatura zero si indicano con p_0 per la pressione e V_0 per il volume, riscaldando a pressione costante fino alla temperatura t^0 la pressione sarà restata p_0 ma il volume sarà diventato

$$V_t = V_0 (1 + \alpha t) \tag{32}$$

in cui α è il coefficiente di dilatazione di volume. Se invece

si mantiene costante il volume, varierà la pressione, in modo che

$$p_t = p_0 (1 + \alpha' t) \tag{33}$$

se α' è il coefficiente di dilatazione di pressione.

Ora la seconda legge di GAY LUSSAC dice che il coefficiente di dilatazione di volume è eguale a quello di dilatazione di pressione. Questa legge è data dalla esperienza.

Vediamo se i postulati da noi posti sono sufficienti a giustificare questo risultato sperimentale.

Partiamo dalle condizioni di un gas alla temperatura di zero gradi, a cui corrisponderà la pressione p_0 e il volume V_0. Riscaldiamolo a pressione costante, allora giungeremo alle condizioni p_0 per la pressione e V_t per il volume. Comprimiamo ora il gas, mantenendolo alla temperatura t, fino a farlo riprendere il volume V_0, ossia come se fin da principio avessimo impedito al gas di espandersi. Allora la pressione a cui si giungerà sarà quella a cui si sarebbe giunti se avessimo fin da principio riscaldato il gas mantenendolo allo stesso volume iniziale, quindi per questo terzo stadio la pressione sarà p_t e il volume V_0. Ora nel 2° e nel 3° stadio il gas ha mantenuto la stessa temperatura, quindi la pressione ed il volume corrispondenti devono ubbidire alla legge di BOYLE e MARIOTTE: dovrà dunque essere

$$p_0 V_t = p_t V_0$$

e ponendo al posto di V_t e di p_t i valori dati dalle 32) e 33) sarà

$$p_0 V_0 (1 + \alpha t) = p_0 (1 + \alpha' t) V_0$$

e poichè il prodotto $p_0 \; V_0$ deve essere lo stesso nel primo e

secondo membro, ne risulta l'eguaglianza del binomio di dilatazione, e quindi

$$\alpha = \alpha' \tag{34}$$

come volevasi dimostrare.

33. **Equazione caratteristica dei gas.** — Dalla conoscenza del coefficiente di dilatazione α che vale tanto per il volume che per la pressione ed è lo stesso per tutti i gas, si può dimostrare che il prodotto della pressione di un gas, per il suo volume, è proporzionale alla sua temperatura assoluta. Infatti le considerazioni dei paragrafi precedenti ci permettono di scrivere che il prodotto pV per una temperatura qualunque t^0 è sempre eguale al prodotto $p_0 V_0$ che le grandezze p e V assumono allo zero centigrado, moltiplicato per il binomio di dilatazione $1 + \alpha t$, ossia

$$pV = p_0 V_0 (1 + \alpha t) \,. \tag{35}$$

In questa espressione il binomio si può indifferentemente considerare come fattore di V_0, o come fattore di p_0 perchè, da quanto si è visto nel numero precedente, sia che nel passaggio dalla temperatura zero alla temperatura t^0 si mantenga costante la pressione, sia che si mantenga invece costante il volume, è sempre lo stesso binomio $1 + \alpha t$ che dobbiamo introdurre.

Si potrebbe anche riscaldare con un processo misto e si giungerebbe allo stesso risultato, sempre trascurando le potenze di α superiori alla prima.

Infatti se per passare da 0^0 a t^0 si riscalda prima fino a t_1 a volume costante, poi da t_1 a t a pressione costante si avrebbe

$$pV = p_0 (1 + \alpha t_1)\, V_0 (1 + \alpha [t - t_1]) =$$
$$= p_0 V_0 (1 + \alpha t_1)(1 + \alpha [t - t_1]) = p_0 V_0 (1 + \alpha t)$$

trascurando il termine in α^2.

Se ora introduciamo la t e m p e r a t u r a a s s o l u t a T che come sappiamo dalla fisica elementare è data da

$$T = 273 + t = \frac{1}{\alpha} + t$$

la 35) si scriverà

$$pV = p_0 V_0 \left(1 + \alpha \left[T - \frac{1}{\alpha}\right]\right) = p_0 V_0 \alpha T . \tag{36}$$

E poichè il prodotto $\alpha p_0 V_0$ resta sempre costante, per una stessa quantità di gas, si deduce che il prodotto $p V$ corrispondente ad una determinata quantità di gas è sempre eguale ad una costante moltiplicata per la temperatura assoluta T del gas stesso.

Ma l'espressione $\alpha p_0 V_0$ è anche più generale e vale per v o l u m i eguali di gas diversi purchè presi alla stessa pressione a zero gradi, per es. alla pressione normale. Non sarebbe invece eguale se si prendessero p e s i eguali di gas diversi.

Si suole assumere come quantità comune per i gas la *molecola grammo* ossia un numero di grammi eguale al numero che misura il peso molecolare del gas. Allora una molecolagrammo c o n t i e n e sempre l o s t e s s o n u m e r o d i m o l e c o l e, qualunque sia il gas, ed ha sempre l o s t e s s o v o l u m e, di temperatura e di pressione come risulta dalla legge di AVOGADRO.

E precisamente il numero di molecole contenute in una molecolagrammo è quello che si chiama appunto il *numero di Avogadro*, ed è approssimativamente

$$N = 6 \times 10^{23} \tag{37}$$

e il volume di una molecolagrammo a zero gradi centigradi è

$$V_0 = 22412 \text{ cmc.} \tag{38}$$

Riferendoci dunque ad una molecolagrammo il prodotto $\alpha p_0 V_0$ è una costante per tutti i gas e si suole indicare con R. Il suo valore in unità C G S sarà

$$39)\quad R = \frac{1}{273,1} \times 1033,3 \times 980 \times 22412 = 8.315 \times 10^7$$

in cui 1033,3 è la pressione normale espressa in grammi, e $1033,3 \times 980$ la stessa pressione espressa in dine.

Questa costante è qui espressa in unità di lavoro ossia in ergon. Si suole ordinariamente esprimerla in calorie, e allora ricordando che una caloria equivale a $4,18 \times 10^7$ erg la costante espressa in calorie sarà data

$$40)\quad R = \frac{8,315 \times 10^7}{4,18 \times 10^7} = 1,99\ .$$

L'espressione 36) si scriverà allora così

$$41)\quad pV = RT$$

e sotto questa forma suol chiamarsi l'*equazione caratteristica dei gas.*

§ 3. — *Le grandezze molecolari.*

34. **La velocità delle molecole.** — La equazione fondamentale della teoria dei gas sotto la forma 23) o sotto l'altra 24) ci dà la pressione del gas in funzione della sua massa totale, del volume, e della velocità che è eguale per tutte le molecole, come è stato postulato. D'altra parte il prodotto pV si può calcolare servendosi della 35) o della 41). Ne seque che le ipotesi poste ci permettono di determinare la velocità v che abbiamo introdotto nelle formole.

Dalla formula 23 si ricava infatti

$$v = \sqrt{\frac{3pV}{Nm}}$$

e tenendo conto della 41)

$$v = \sqrt{\frac{3RT}{Nm}} \,.$$

Assumendo una determinata quantità di gas, per esempio un volume unitario di aria, alla pressione normale, ad una determinata temperatura, per esempio allo zero centigrado, basterà porre al posto di p la pressione di 1033.3 gr., per N il numero di Avogadro relativo ad un centimetro cubo, e per m la massa media delle molecole di ossigeno e di azoto, oppure per Nm la massa totale che è data dal peso diviso per l'accelerazione di gravità, e cioè $Nm = \frac{0.001293}{890}$. E allora si ricava per v il valore

$$v = 48469 \text{ cm. per secondo,}$$

e per ogni altro gas, la cui densità rispetto all'aria sia data da δ, la velocità sarà

$$v = 48469 \sqrt{\frac{T}{273{,}1 \times \delta}} \,. \tag{42}$$

Così per l'idrogeno per cui $\delta = 0.06949$ si ottiene

$$v_{\text{H}} = 183873 \text{ cm.}$$

per l'ossigeno la cui densità è $\delta = 1.10535$

$$v_{\text{o}} = 46100 \,.$$

La velocità così dedotta è quella con cui le molecole percorrono i tratti liberi del loro cammino. In realtà il cammino delle molecole è frequentemente interrotto dagli urti con altre molecole, o con le parti del recipiente, quindi la velocità con cui un gas si diffonde risulterebbe molto minore di questa velocità media molecolare.

35. **La formola di Van der Waals.** — Il modello di gas che corrisponde ai tre postulati enunciati nel capitolo precedente è quello di un gas ideale. Se vogliamo determinare le grandezze molecolari di un gas reale bisogna tener conto di altri elementi che si manifestano nei fenomeni naturali.

Già nella fisica generale suol dirsi che la legge di Boyle e Mariotte vale per i gas perfetti. Ma di gas perfetti non ne esiste esempio, esistono gas che si accostano più o meno alle leggi di Boyle e Mariotte.

Due nuovi elementi importa introdurre e cioè il volume delle molecole, e la forza di attrazione fra le molecole, elementi di cui non si parla nei postulati fondamentali.

È evidente che questi due nuovi elementi influiranno poco finchè le molecole del gas sono molto lontane fra loro, in modo che le dimensioni loro siano trascurabili rispetto alla distanza media, nel quale caso anche l'attrazione scambievole sarà piccolissima.

Ma se la distanza molecolare non è più trascurabile, come si verifica nei vapori, ossia nei gas a temperature vicine a quella di liquefazione, bisogna introdurre alcuni termini correttivi nella *equazione fondamentale*, o nella formola che esprime la legge di Boyle e Mariotte.

La forma più attendibile che tiene conto dei due elementi nuovi è quella proposta da Van der Waals, che si scrive

43) $$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

che sostituisce perciò la formola 41).

In questa nuova espressione i termini $\frac{a}{V^2}$ e b sono due termini correttivi.

Il primo è una grandezza che si aggiunge alla pressione, e sta a rappresentare la forza di attrazione che agisce nel senso stesso della pressione esterna che comprime il gas; pressione che è sempre eguale e contraria a quella che il gas esercita sulle parti del recipiente.

Il secondo è un termine correttivo per il volume ed indica che non tutto il volume del gas può diminuire per l'aumento di pressione, ma solo quello lasciato libero dalle molecole, perchè le molecole hanno un volume loro proprio quindi la compressione non può spingersi oltre il volume che occupano di per se le molecole quando sono in contatto fra loro.

I due termini correttivi a e b si possono dedurre dalle esperienze calcolando le deviazioni del comportamento del gas, in varie condizioni, dalla legge di Boyle e Mariotte.

36. **Determinazione dei termini correttivi.** — Supponiamo di voler determinare il coefficiente di dilatazione di pressione, che nel numero 32 abbiamo indicato con α'; possiamo procedere così partendo dalla formola di Van der Waals.

Prendiamo una molecolagrammo di un determinato gas, la sua pressione a zero centigradi sia p_0, il suo volume V_0 e riscaldiamolo a volume costante dalla temperatura $T_0 = 273$, che corrisponde allo zero centigrado, ad un'altra temperatura $T_1 > T_0$, e indichiamo con p_1 la pressione corrispondente. Scrivendo per i due casi l'equazione di Van der Waals avremo

$$\left(p_0 + \frac{a}{V_0^2}\right)(V_0 - b) = RT_0$$

$$\left(p_1 + \frac{a}{V_0^2}\right)(V_0 - b) = RT_1$$

perchè V_0 non è cambiato, e le altre grandezze sono costanti.

Sottraendo la prima dalla seconda avremo

$$(p_1 - p_0)(V_0 - b) = R(T_1 - T_0)$$

e paragonandola con la prima, ossia facendone il rapporto

$$\frac{p_1 - p_0}{p_0 + \frac{a}{V_0^2}} = \frac{T_1 - T_0}{T_0}$$

e poichè dalla definizione di α' si ha

$$p_1 = p_0 (1 + \alpha' [T_1 - T_0]) = p_0 + p_0 \alpha' [T_1 - T_0]$$

e quindi

$$p_1 - p_0 = p_0 \alpha' (T_1 - T_0)$$

l'ultima espressione si riduce

$$\frac{\alpha' p_0 (T_1 - T_0)}{p_0 + \frac{a}{V_0^2}} = \frac{T_1 - T_0}{T_0}$$

e semplificando

$$\frac{\alpha'}{1 + \frac{a}{p_0 V_0^2}} = \frac{1}{T_0}$$

ossia

$$\alpha' = \frac{1}{T_0}\left(1 + \frac{a}{p_0 V_0^2}\right). \tag{44}$$

Ora le grandezze p_0, V_0, T_0 sono conosciute, e α' risulta dalla esperienza, quindi la 44) ci può servire per determinare

il termine correttivo a. Conosciuto a, l'altro termine correttivo b si può dedurre dalla formola 43), ma si potrebbe anche determinarlo sperimentalmente per altra via, per es. dallo studio dell'attrito interno di un gas.

D'altra parte l'espressione di a e di b si può dedurre dall'analisi teorica quando si determinino con ulteriori postulati la forma delle molecole, e si tenga conto degli urti scambievoli. Così per la a oltre al valore che si ricava dalla 44) si suole anche assegnare il valore $cN^2 m^2$ in cui c è un coefficiente che varia con la natura del gas e allora il termine correttivo a risulta eguale a $c\varrho^2$ se ϱ è la densità del gas.

La b è invece legata alle dimensioni delle molecole. È chiaro che se le molecole fossero di forma cubica con uno spigolo di lunghezza σ il volume totale minimo occupato da tutte le molecole N sarebbe espresso da $N\sigma^3$. Se invece si immaginano di forma specifica con diametro σ il volume totale delle molecole sarebbe dato da $\frac{4}{3}\pi N(\frac{\sigma}{2})^3$ ma il volume minimo a cui può ridursi il gas dovrebbe essere più grande perchè non è possibile con corpuscoli di forma sferica occupare un volume qualsiasi.

I valori assegnati dal Regnault per i due termini correttivi corrispondenti alla formola di Van der Waals, per l'aria, l'idrogeno, e l'anidride carbonica, sono i seguenti

	a	b
Aria	0.0037	0.0026
Idrogeno	0.0	0.00069
An. carb.	0.0115	0.003

I valori che oggi si dànno si allontanano poco da questi.

37. **Il cammino libero delle molecole.** — Nello stabilire la formola fondamentale della teoria cinetica dei gas abbiamo supposto che ogni molecola potesse liberamente compiere la sua escursione da una parete all'altra del recipiente in cui il gas

è trattenuto. Ciò è molto lontano dalla realtà. Benchè le molecole siano relativamente lontane le une dalle altre pure lo spazio che resta libero non raggiunge che qualche decimilionesimo di centimetro, e quindi le escursioni libere di una molecola sono di quello stesso ordine. Nel suo cammino ciascuna molecola incontrerà e urterà le molecole vicine un numero molto grande di volte, anche per una escursione di qualche centimetro. Nondimeno il calcolo che si fa per la determinazione della pressione è ancora giustificato. Si suol pensare che ad ogni urto c'è una deviazione della molecola urtante, ma in compenso c'è una spinta che riceve la molecola urtata e che la dirige nello stesso sense in cui andava la prima, sicchè si scambiano il compito di raggiungere la parete, e il compenso è buono.

Ma volendo con più approssimazione studiare l'andamento dei fatti non si può trascurare l'effetto di questi urti.

Una delle grandezze che ha grande importanza nella teoria cinetica dei gas è la determinazione del *cammino libero medio* delle molecole, ossia della lunghezza media della escursione che una molecola può compiere senza urtare in un'altra.

Lo studio dell'attrito interno di un gas permette di determinare quella grandezza. Si dice attrito interno di un gas la perdita della quantità di moto comunicato ad uno strato gassoso, al procedere in una determinata direzione. Supponiamo di avere una certa quantità di gas limitato da una superficie cilindrica, che potremmo chiamare una colonna di gas. Spingiamo uno strato inferiore di questa colonna in una direzione perpendicolare all'asse della colonna. Gli strati superiori vengono anche essi trasportati in quella direzione, ma con velocità decrescenti a mano a mano che gli strati sono più lontani da quello prima spostato. È un fenomeno analogo a quello che si verificherebbe nell'interno di un corpo elastico sottoposto allo stesso trattamento. Questa perdita di quantità di moto è una grandezza misurabile, e d'altra parte si può esprimere con una formola che contiene la lunghezza del cammino libero medio. L'ordine di grandezza per questo cammino è di centesimi di micron, ossia 10^{-6}.

38. Le dimensioni delle molecole. — Tanto il calcolo del termine b della formola di Van der Waals, quanto la determinazione del cammino libero medio permettono di assegnare il valore del raggio molecolare supponendo le molecole di forma sferica.

Secondo il Van der Waals il raggio r di una molecola si può ricavare dalla formola

$$b = \frac{16}{3}\pi n r^3 \tag{45}$$

assumendo che il coefficiente di correzione b sia il quadruplo del volume proprio delle n molecole.

Partendo invece dal cammino libero medio λ, il Clausius dà la relazione

$$\lambda = \frac{k}{\pi n \varrho^2} \tag{46}$$

in cui k è un coefficiente numerico che il Clausius pone eguale a 3/4, e ϱ è il raggio della sfera di azione, o di protezione, delle molecole e si può porre a $2r$. Combinando questo valore di λ con quello di b risulta

$$r = \lambda b \; .$$

Un altro modo di ricavare il valore di r è di determinare la riduzione di volume che subisce una sostanza nel passare dallo stato gassoso allo stato liquido, supponendo che nello stato liquido le molecole siano venute in contatto. Si ha così un valore di r maggiore di quello che si ottiene con gli altri metodi.

I valori che si ottengono per r sono dell'ordine di 10^{-8} cm., o di 10^{-9}, ma variano secondo il metodo adoperato. Così per esempio per l'idrogeno sono stati dati valori che vanno, da $15{,}9 \times 10^{-9}$ a $6{,}7 \times 10^{-9}$, per l'ossigeno da $15{,}2 \times 10^{-9}$ a

$7,8 \times 10^{-9}$. Per i corpi composti si ha talora un raggio minore di quello dei componenti, così per il vapor acqueo i valori di r vanno da $9,4 \times 10^{-9}$ a $4,2 \times 10^{-9}$.

Sapendo d'altra parte che una molecola è un composto di atomi, e questi alla loro volta un edificio fatto di corpuscoli, si comprende bene come le dimensioni della sfera che circoscrive la molecola, e che si prende come dimensione della molecola, possano variare molto da un caso all'altro.

39. **Osservazione sulla distribuzione delle grandezze della fisica.** — Quando poniamo come postulato che le molecole di un gas hanno le stesse dimensioni, la stessa massa, e la stessa velocità, intendiamo assumere per tali grandezze un valore medio costante, e con ciò il postulato è ammissibile. Ma in realtà le grandezze variano entro limiti abbastanza grandi passando da una molecola all'altra. Per ciò che riguarda la velocità si possono avere tutti i valori possibili, da un minimo di qualche millimetro, ad un massimo di centinaia di chilometri al secondo. Nelle altre grandezze, come il volume e la massa, le oscillazioni non possono essere così ampie, ma possono esser apprezzabili.

Del resto è questo un fatto che risulta dalle nostre osservazioni quotidiane: che le grandezze relative ad individui della stessa specie non sono mai le stesse, si può dire che in natura non esistono due individui della stessa specie con le stesse grandezze. Ciò vale tanto per le grandezze corpuscolari quanto per le unità naturali, e tanto per i piccoli corpi come i chicchi di grano, quanto per i grandi e immensurati come i soli e le nebulose.

Si può però assegnare un criterio sulla distribuzione di queste grandezze per uno stesso elemento. Quella che è nota come legge di GAUSS nella distribuzione statistica delle grandezze può bene essere accettata come legge generale della distribuzione delle grandezze fisiche. Supponiamo che tutti gli elementi di una stessa specie tendano ad assumere una determinata grandezza x, per es. una lunghezza, con un determinato valore X. In realtà non tutti gli elementi raggiun-

geranno esattamente quel valore, i valori che prenderà la x si avvicineranno al valore proprio X con una distribuzione statistica. Se rappresentiamo graficamente l'andamento delle cose porteremo sulle ascisse di un sistema di coordinate cartesiane a due dimensioni i valori della grandezza x di cui si tratta, e sulle ordinate valori proporzionali alla densità degli elementi che raggiungono ciascun determinato valore della x. Allora la curva che dà il variare della y al variare della x ha una forma a campana. Esiste un valore massimo della y corrispondente al valore proprio X della grandezza x che tutti gli elementi dovrebbero raggiungere; da quel valore la y va diminuendo tanto per valori crescenti della x quanto per valori decrescenti, fino a tendere assintoticamente a zero. Ciò significa che la maggior frequenza è quella che corrisponde agli elementi che acquistano il valore proprio X e il numero di elementi che acquistano valori x diversi da X, tanto in più quanto in meno, va sempre diminuendo quanto più il valore di x si allontana dal valore ideale.

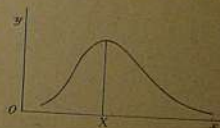



FIG. 12.

La curva si rappresenta analiticamente con l'equazione

$$y = A x^2 e^{-h^2 x^2} \tag{47}$$

in cui A è una grandezza che resta costante al variare della x, ma dipende dal valore di h e si può porre sotto la forma $A = \frac{\sqrt{\pi}}{4h^3}$ (1). La grandezza h a sua volta determina il valore più probabile della grandezza x perchè il valore massimo che prende la y è quello in cui $x = 1/h$ e quindi nel caso nostro $h = 1/X$.

(1) Il valore di A è dato da

$$\int_0^\infty e^{-h^2 x^2} x^2 dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4h^3}.$$

Questa formola fu prima data da GAUSS come espressione della distribuzione degli e r r o r i di osservazione, fu poi introdotta dal BOLTZMAN per rappresentare la distribuzione delle v e l o c i t à nelle molecole di un gas, e da altri fisici fu applicata a vari casi di d i s t r i b u z i o n e s t a t i s t i c a.

È inoltre necessario osservare che quando diciamo di assegnare ad una certa grandezza un *valore medio* il significato che si dà a questa espressione può essere diverso secondo i casi. Il valore medio fra molti valori si suole spesso assegnare come *media aritmetica*, e allora il valore medio è dato dalla somma di tutti i valori, divisa per il numero dei valori stessi, così se indichiamo con m_1, m_2, m_3, ... m_n i valori che prende una determinata grandezza in n casi, la media aritmetica sarà data da

$$\frac{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n}{n}.$$

Ma si può anche assegnare una *media geometrica* ottenuta per prodotto e estrazione di radice; nell'esempio attuale la media geometrica della grandezza m sarebbe

$$\sqrt[n]{m_1 m_2 m_3 \ldots m_n}.$$

In alcuni problemi della fisica importa considerare non tanto i valori delle grandezze, quanto i loro quadrati, come quando si trattano problemi che si riferiscono alle energie cinetiche, nelle quali sono i quadrati delle velocità che devono introdursi, e allora può assumersi il q u a d r a t o della velocità media, oppure la m e d i a dei quadrati.

Nel caso della distribuzione statistica espressa con la legge di GAUSS, invece del valore medio viene in considerazione il *valore più probabile* dato dalla ascissa corrispondente alla ordinata massima.

§ 4. — *I calori specifici.*

40. **L'energia elementare.** — L'energia cinetica di una particella di massa m che possiede una velocità v è data come è noto da $m v^2/2$, e poichè tutte le molecole di un gas si possono considerare alla stessa stregua l'energia cinetica totale di un gas che contiene N molecole sarà

$$\frac{1}{2} Nmv^2 .$$

Tenendo presente le formole 24) e 41) potremo porre

$$\frac{1}{2} Nmv^2 = \frac{3}{2} pV = \frac{3}{2} RT \tag{48}$$

nella quale il valore di R dipende dal numero N di molecole gassose, e in particolare per una molecolagrammo il numero N prende il valore dato nella 37) e la R quello dato dalla 39 o 40).

L'energia di una molecola sarà allora

$$e = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{3}{2} \frac{RT}{N} . \tag{49}$$

Nella nostra ipotesi le molecole sono considerate come punti materiali, o se vogliamo, come sfere piccolissime, e omogenee, ossia con massa uniformemente distribuita.

Allora nei problemi del moto delle molecole non abbiamo a considerare che il moto di traslazione, per il quale è necessaria una certa energia, mentre una rotazione intorno al proprio centro non richiede alcuna energia.

I moti possibili di una molecola si riducono dunque alle tre componenti elementari della traslazione secondo i tre assi coordinati.

Si dice allora che la molecola possiede tre gradi di libertà. E poichè la velocità è uniformemente distribuita in tutte le direzioni l'*energia elementare* che si dovrà attribuire a ciascun grado di libertà sarà la terza parte di e ossia

$$50) \qquad \varepsilon = \frac{1}{2} \frac{RT}{N} .$$

41. **Equipartizione della energia.** — Il criterio adottato qui, di distribuzione uniforme dell'energia tra i vari elementi, con la stessa grandezza, secondo i gradi di libertà, si suole ammettere che si verifichi ogni volta che una quantità di energia viene distribuita spontaneamente tra più elementi: non soltanto ciascun elemento ne riceve una stessa quantità, ma in parti eguali viene anche distribuita secondo i gradi di libertà dell'elemento. Anche quando il gas fosse un miscuglio con molecole di varie specie, od anche se il miscuglio contenesse atomi separati, od anche corpuscoli subatomici, l'energia si distribuisce in modo che *ciascun grado di libertà di ciascun elemento riceve la stessa quantità di energia.* Questo principio è noto col nome di principio della equipartizione della energia.

Naturalmente la quantità di energia che si attribuisce a ciascun grado di libertà delle molecole è di fatto un valore medio.

42. **Il calore specifico dei gas.** — Sappiamo che un gas può essere riscaldato in due modi, o a pressione costante, o a volume costante. Nel primo caso resta costante la pressione e il volume aumenta secondo l'espressione $V_t = V_o(1 + \alpha t)$, nel secondo caso è il volume che resta costante, e ciò che cresce è la pressione, ed anche per questo può porsi $p_t = p_0 \ (1 + \alpha t)$, in cui il coefficiente α è lo stesso di quello che comparisce nel volume V_t come si è dimostrato nel numero 32.

Prendiamo una molecolagrammo di un gas, sia q il numero dei gradi di libertà di ciascuna molecola; nel caso di molecole sferiche e omogenee, abbiamo visto nel numero precedente che sarebbe $q = 3$. Allora l'energia di ciascuna molecola è data

dalla 49) e l'energia totale di tutta la massa gassosa che contiene N molecole si otterrà moltiplicando la e per N: avremo dunque

$$E = eN = \frac{q}{2} RT \tag{51}$$

Calcoliamo il calore specifico di questa massa gassosa, ossia la quantità di calore necessaria per elevarne di un grado la temperatura. Se indichiamo con T_0 la temperatura da cui si parte, con T_1 quella a cui si riscalda il gas, e con E_0 ed E_1 le quantità di energie corrispondenti, il calore specifico cercato sarà dato, secondo la definizione, da

$$\frac{E_1 - E_0}{T_1 - T_0} = \frac{\frac{q}{2} R (T_1 - T_0)}{T_1 - T_0} = \frac{q}{2} R \tag{52}$$

od anche in forma differenziale derivando la E della 51 rispetto a T

$$\frac{dE}{dT} = \frac{q}{2} R .$$

Ciò nella ipotesi che tutta l'energia vada ad aumentare l'energia cinetica delle molecole, quindi senza che il gas debba compiere nessun lavoro esterno nè interno, come si verifica nel caso di un gas perfetto riscaldato a volume costante. Indichiamo con c_v questo calore specifico e poniamo

$$c_v = \frac{q}{2} R . \tag{53}$$

Il caso di molecole che hanno tre gradi di libertà si verifica nei gas monoatomici, perchè allora la molecola ha la forma

più semplice, e può assimilarsi ad una sfera omogenea. Tenendo presente che R = 1.99 in calorie, si avrà in questo caso

$$c_v = \frac{3}{2} R = 2.98 \ . \tag{54}$$

L'esperienza conferma questo risultato; il calore specifico dell'argon, gas monoatomico è $c_v = 2.977$. Per il vapore di mercurio si trova $c_v = 2,94$ e cioè si discosta alquanto dal valore teorico, ma ciò dipende dal fatto che i vapori di mercurio si discostano dallo stato di gas perfetto appunto perchè vapori, e quindi vicino allo stato liquido.

Per i gas a molecola biatomica i gradi di libertà sono cinque perchè oltre i tre moti elementari di traslazione esistono in generale due moti elementari di rotazione, ed anche a questi si deve assegnare la stessa energia. Per questi sarà dunque $g = 5$ e

$$c_v = \frac{5}{2} R = 4.97 \ . \tag{55}$$

E anche qui l'esperienza conferma la teoria: i risultati sperimentali danno 4,85 per l'idrogeno, 4,95 per l'ossigeno, 4,89 per l'ossido di carbonio, 4,99 per l'ossido di azoto ecc., in molto buon accordo col valore teorico. In altri casi però intervengono nuovi fatti che dovrebbero esser presi in considerazione.

43. **La legge di Dulong e Petit.** — Il calore atomico dei solidi, secondo la legge di Dulong e Petit è una grandezza comune a tutti i corpi, intendendo per calore atomico il prodotto del calore specifico per il peso atomico.

La costante di Dulong e Petit ha il valore 6.

Se noi estendiamo al caso dei corpi solidi il principio della equipartizione della energia i gradi di libertà che competono agli atomi sono sei perchè oltre ai cinque moti elementari del

caso precedente si suppone possibile anche un moto oscillatorio, per cui

$$C_{at.} = \frac{6}{2} R = 5.95 \tag{56}$$

che giustifica il valore della costante di DULONG e PETIT.

44. **Il calore specifico a pressione costante.** — Se nel riscaldare un gas lo lasciamo libero di espandersi, una parte dell'energia comunicata dalla sorgente di calore viene usufruita a compiere un lavoro esterno, che consiste nello spostare le pareti che contengono il gas. Allora il calore specifico, ossia la quantità di calore necessario per sollevare di un grado la temperatura di un grammo di gas, o rispettivamente una molecolagrammo, se a questa ci riferiamo, sarà più grande di quella che si richiedeva per il riscaldamento a volume costante.

Se indichiamo con c_p il coefficiente di calore a pressione costante, e con L il lavoro di espansione corrispondente sarà

$$c_p - c_v = L \tag{57}$$

e se riduciamo il lavoro L a calore potremo porre

$$c_p - c_v = \frac{L}{\mathcal{E}} \tag{58}$$

se $\mathcal{E}$ è l'equivalente dinamico del calore.

D'altra parte il lavoro necessario per il passaggio da un volume V_1 ad un volume V_2 per un gas, che abbia e mantenga una pressione p, è dato da

$$p(V_2 - V_1) \, .$$

Ora possiamo esprimere la differenza $V_2 - V_1$ in funzione del volume V_0 a zero gradi ricordando la formola di espansione

di volume e ponendo

$$V_1 = V_0(1 + \alpha t_1)$$
$$V_2 = V_0(1 + \alpha t_2)$$

da cui

$$V_2 - V_1 = \alpha V_0 (t_2 - t_1)$$

se poi il riscaldamento è di un grado, ossia se $t_2 - t_1 = 1$ sarà

$$V_2 - V_1 = \alpha V_0$$

e quindi il lavoro cercato sarà

$$p(V_2 - V_1) = \alpha p V_0$$

e se siamo partiti dalla pressione normale del gas a zero gradi il prodotto $\alpha\ p\ V_0$ è appunto il valore della costante R dei gas, avremo dunque

$$c_p - c_v = R \tag{59}$$

intendendo che R è espresso in calorie.

In molti problemi di fisica interessa il rapporto tra i due calori specifici c_p e c_v di un gas. Dall'ultima espressione si ricava immediatamente

$$\frac{c_p}{c_v} = 1 + \frac{R}{c_v}$$

e quindi, tenendo conto della 53)

$$\frac{c_p}{c_v} = 1 + \frac{2}{q} \tag{60}$$

che dà il rapporto dei calori specifici in funzione dei gradi di libertà delle molecole.

45. Vari effetti del calore in un gas. — Nel comunicare calore ad un gas si possono verificare vari casi, e corrispondentemente il calore comunicato può essere usufruito a vari effetti.

Supponiamo di riscaldare un gas operando a volume costante. In questo caso la distanza media delle molecole e il cammino libero medio restano costanti. Tutto il calore va ad aumentare la velocità delle molecole, e quindi la loro forza viva e la temperatura del gas. L'aumento della velocità, e quindi della quantità di moto delle molecole accresce l'azione che esse esercitano sulle pareti nel momento dell'urto, e con ciò la pressione del gas.

Supponiamo ora di riscaldare il gas a pressione costante, ossia lasciando liberamente aumentare il volume. Ciò richiede un lavoro esterno del gas per allontanare le pareti mobili, o la superficie del corpo che ne limitava il volume, e quindi un consumo di energia.

Contemporaneamente si accresce la distanza media tra le molecole, e poichè questo allontanamento deve farsi contro la forza attrattiva molecolare, così si richiede un lavoro che si compie nella massa stessa del corpo e si dice lavoro interno. Anche questo, che di fatto comprende varie forme di energia, si compirà a spese del calore comunicato al corpo.

La quantità di calore che viene consumato nel compiere il lavoro interno è quello che suole essere chiamato calore latente. Questo lavoro resta nelle molecole sotto forma di energia potenziale, analogo a quello che si farebbe allontanando due sferette pesanti che siano legato insieme da una molla o da un filo elastico, più l'energia propria di altri moti possibili.

Finalmente in alcuni casi il riscaldamento del gas può provocare una decomposizione chimica, se il gas è un composto. Ciò significa che le molecole formate da atomi di elementi diversi si scindono nei loro elementi. E poichè la forza che li teneva uniti nella molecola era la forza di affinità, la decomposizione richiede un lavoro contro questa forza. Anche questo lavoro,

che può dirsi lavoro chimico, si compie a spese del calore comunicato al corpo.

Così il calore comunicato al gas, anzi in generale ad un corpo in qualunque stato, può essere speso: 1° in aumentare la forza viva molecolare, 2° in compiere un lavoro esterno, 3° in compiere le varie specie di lavoro interno, 4° in eventuale lavoro chimico.

§ 5. — *Estensione della teoria cinetica dei gas agli altri stati di aggregazione.*

46. **La temperatura critica di un gas.** — Il passaggio di un corpo dallo stato di gas a quello di liquido e di solido si fa, come è noto, per un successivo raffreddamento del corpo. Un aumento di pressione facilita in generale questo passaggio perchè ha per effetto un ravvicinamento delle molecole. Ma il solo aumento di pressione non basta se non quando la temperatura del gas è al disotto di un certo grado di temperatura che suol chiamarsi *la temperatura critica.*

Possiamo, benchè in una forma alquanto semplicistica, dar così ragione di questo fatto. L'aumento di pressione ha per effetto proprio la diminuzione di volume del gas, e quindi il ravvicinamento delle molecole che può giungere fino al punto che la forza di attrazione che si desta diventa abbastanza grande per trattenere le molecole non ostante la forza viva che posseggono. Ma se la forza viva è abbastanza grande, e quindi se è abbastanza grande la temperatura del gas, la forza di attrazione che si manifesta pel ravvicinamento delle molecole non basta per vincere la forza viva, e il corpo resta allo stato di gas, ossia le sue molecole sono sempre in moto traslatorio e producono coi loro urti la pressione sulle pareti, e tendono ad espandersi appena sono lasciate libere.

La temperatura critica rappresenta la più alta temperatura alla quale è ancora possibile raggiungere l'equilibrio tra la forza viva molecolare e la attrazione fra le molecole. Al diso-

pra di quel grado la forza viva è sempre troppo grande per essere compensata dalla attrazione, al disotto, invece, obbligando con la pressione le molecole ad avvicinarsi sufficientemente, la forza di attrazione che si desta può giungere ad eguagliare, od anche a superare la forza di espansione dovuta alla forza viva, e allora avviene il passaggio da gas a liquido.

47. **Il calore latente.** — Dalla fisica elementare sappiamo che il passaggio di un corpo da uno stato ad un altro è regolato da due leggi: la prima dice che restando costante la pressione, per es. mantenendo un corpo alla pressione normale, il passaggio di un corpo da uno stato ad un altro comincia sempre alla stessa temperatura, che è la stessa per i due sensi in cui avviene il passaggio, tanto da uno stato A allo stato B come dallo stato B allo stato A.

La seconda legge dice che durante tutto il passaggio la temperatura del corpo non si altera. Supponiamo che si passi dallo stato A allo stato B riscaldando il corpo A. Quando comincia il passaggio dallo stato A allo stato B la temperatura del corpo resta stazionaria, e non ricomincia a crescere se non quando tutta la sostanza è passata allo stato B. C'è dunque una certa quantità di calore che noi comunichiamo al corpo, e che non si manifesta più; è quello che si chiama, appunto per ciò, *calore latente*. In realtà questo calore è servito a compiere il lavoro interno di disgregazione o di allontanamento delle molecole, e resta nelle molecole sotto forma di energia potenziale. Nel passaggio inverso da B verso A, che si compie per raffreddamento, il mantenersi nel corpo la stessa temperatura, finchè tutta la sostanza non è passata allo stato A, significa che una qualche sorgente invisibile di calore ha compensato quello che viene sottratto al corpo dalla sorgente di freddo. Questo calore proviene appunto dalle varie specie di energia potenziale che possedevano le molecole. È dunque una restituzione del calore latente che il corpo aveva assorbito nel passaggio inverso.

Di fatto questi fenomeni sono ben più complessi, ma ci basta averne dato qui una semplice idea.

48. Lo stato liquido. — *Lo stato liquido* di un corpo è caratterizzato dall'avere un volume proprio e dalla possibilità che hanno le molecole di scorrere le une sulle altre, e quindi la massa del liquido, ubbidendo alla legge di gravità, prende la forma del recipiente in cui si trova, e la sua superficie libera, se non esistono altre forze esterne, è una superficie piana, o in generale è una superficie in ogni punto perpendicolare alla risultante delle forze che agiscono sulla massa liquida.

Il volume della massa liquida resta spontaneamente costante. Resta quindi costante la distanza media tra le molecole. Questa distanza non è però nulla. Infatti per raffreddamento il volume del liquido diminuisce, la distanza fra le molecole non era dunque un minimo.

Le anomalie che in alcuni casi si verificano sono fenomeni transitori per un certo intervallo di temperatura, e sono connessi con modificazioni della struttura molecolare.

Resta dunque ancora possibile l'esistenza di una forza viva molecolare, e di escursioni libere delle molecole. Questa forza viva produrrà anche qui una pressione che la massa liquida esercita in ciascun punto e in ogni direzione, conforme al *principio di* PASCAL, e sarà una estensione di quanto si manifesta per i gas.

49. Evaporazione spontanea. — L'esistenza della forza viva molecolare nei liquidi è dimostrata dalla evaporazione spontanea. A qualunque temperatura un liquido va lentamente trasformandosi in vapore, ossia in ogni istante c'è un certo numero di molecole che sfuggono alla massa liquida e si mescolano alle molecole dell'aria. Se in un determinato istante una molecola della superficie libera del liquido possiede una forza viva istantanea che vinca la forza di attrazione, e la direzione della sua velocità è verso

FIG. 13.

il semispazio superiore, questa molecola sfuggirà alla massa liquida. Ora in ciascun istante c'è sempre un numero sufficientemente grande di molecole che possiedono una velocità più grande della velocità media di tutte le molecole, quindi c'è sempre un numero abbastanza grande di molecole che possono passare dallo stato liquido allo stato gassoso.

Si comprende anche come questa evaporazione provochi un abbassamento di temperatura nella massa liquida; basta pensare che le molecole che sfuggono sono quelle che posseggono una forza viva maggiore, e l'evaporazione spontanea costituisce una selezione per cui le molecole più calde abbandonano la massa liquida, quindi la temperatura del resto si abbassa.

L'evaporazione spontanea dipende però anche dalla pressione esterna che si fa sentire sulla superficie libera del liquido, e che per il principio di PASCAL si trasporta anche in ogni punto della massa liquida. L'energia dunque della molecola che sfugge deve esser tale da vincere non solo la forza attrattiva delle altre molecole ma anche la pressione esterna. L'intensità di questa evaporazione sarà in ragione inversa della intensità della pressione. Se questa diminuisce si può giungere ad una vera ebollizione del liquido, ossia ad una evaporazione a cui partecipa non solo lo strato superiore ma tutta la massa liquida.

50. **Lo stato solido.** — Lo stato solido dei corpi è caratterizzato non solo dal possedere un volume proprio, ma altresì una forma propria. Ciò significa che la distanza media tra le molecole resta costante, indipendentemente dalle limitazioni del recipiente, e resta costante altresì la posizione relativa delle molecole.

In questo stato di cose non si vede più come possa esistere ancora una forza viva molecolare perchè non sembrano esistere più escursioni libere delle molecole.

D'altra parte però la temperatura di un corpo solido può variare entro limiti molto grandi, dallo zero assoluto fino alla

temperatura di fusione, e con la temperatura varia il volume che diminuisce al diminuire della temperatura. La diminuzione di volume dimostra che esiste ancora una distanza sensibile tra le molecole. Se questa non vi fosse bisognerebbe ammettere che diminuisse il volume proprio di ciascuna molecola, ossia che si avvicinano le particelle che la costituiscono. E allora le considerazioni che ora facciamo si dovrebbero ripetere per gli atomi che costituiscono la molecola, ma seguiterebbero ad essere vere.

Se dunque esiste ancora una distanza sensibile tra le molecole della sostanza, pur restando la posizione relativa sensibilmente la stessa, resta tuttora possibile una agitazione molecolare intorno a posizioni di equilibrio.

La posizione di ciascuna molecola non dovrà assegnarsi con un punto ma con una sfera di un raggio più grande di quello della molecola. Questa sfera rappresenta lo spazio o la casella riservata a ciascuna molecola, ma la molecola in un determinato istante può trovarsi in un punto qualsiasi dello spazio riservato. Queste sfere o caselle poliedriche si toccheranno e riempiranno lo spazio totale occupato dal corpo. È questo anche il caso dei cristalli.

La forza viva può dunque ancora trovarsi nelle molecole e corrisponderà ad un moto di agitazione della molecola entro lo spazio ad essa riservato.

Questo moto può essere più o meno regolare come quello di un oscillatore intorno ad un punto di equilibrio, o di un rotatore, ma può anche essere del tutto irregolare ossia con una traiettoria non periodica.

E anche per i solidi l'esistenza di questo moto può essere dimostrata dalla evaporazione. Anche i solidi *evaporano*, benchè in una quantità molto più piccola che i liquidi, e ne abbiamo una dimostrazione sensibile nell'odore proprio dei corpi e che non può essere prodotto che dalle particelle che possiamo aspirare e che sono uscite dai corpi.

Una diminuzione di temperatura provoca anche nei corpi solidi una diminuzione di volume in generale, e quindi una limitazione sempre maggiore nei moti di agitazione molecolare.

51. Il calore nei corpi. — Finchè però restano possibili moti molecolari esiste sempre una forza viva delle particelle e quindi una determinata quantità di calore. Lo stato di agitazione in cui si trovano le molecole di un corpo per effetto della forza viva che esse posseggono è in generale uno stato di disorganizzazione, ma pur da questa disorganizzazione può provenire, e proviene in generale, una emissione di energia periodica che si propaga nello spazio etere, sotto forma di calore.

Infatti tanto nei gas, come nei liquidi e nei solidi, le escursioni molecolari hanno un valore medio ben definito, e quindi le inversioni di velocità si compiono a intervalli che hanno una durata media, legata alla escursione libera media.

Il MAXWELL e il BOLTZMANN hanno dimostrato che da una agitazione di tale specie si ottiene una risultante che non è nulla, ma ha un valore medio determinato dalle condizioni in cui si trova il corpo, e che le pressioni che si esercitano così sull'etere vengono ricevute e trasmesse dall'etere sotto forma di energia raggiante.

Mentre dunque nella massa del corpo il calore si propaga per semplice comunicazione del moto delle molecole negli urti scambievoli, al di là del corpo l'agitazione può propagarsi sotto forma di moti ondulatori.

Dalla esperienza sappiamo che l'energia calorifica si propaga attraverso lo spazio con la stessa velocità della luce e quindi con uno stato di agitazione dello spazio-etere analogo a quello della luce, ma con lunghezza di onde molto maggiori, che vanno cioè da un micron a qualche decimo di millimetro.

52. L'assenza di calore. — Le proprietà che noi riscontriamo nei corpi alle temperature ordinarie vengono profondamente modificate per temperature molto basse, in vicinanza dello zero assoluto.

Tutti gli elementi sono stati ormai ridotti allo stato liquido e allo stato solido. L'elio fu liquefatto dal KAMERLING ONNES fin dal 1908, e in questi ultimi anni il KEESOM è ri-

uscito ad averlo allo stato solido. La temperatura critica dell'elio è di 5 gradi K, ossia 5 gradi a partire dallo zero assoluto, e la temperatura di ebollizione è a — 268,9 centigradi, ossia a circa 4,1 K.

La proprietà più caratteristica dei corpi a queste basse temperature è la *sopraconduttibilità*. Si sa che in generale la resistenza elettrica dei corpi diminuisce con la temperatura. Anzi di questo si tien conto per misurare le basse temperature, si ricorre cioè alla misura della resistenza elettrica di fili metallici.

La resistenza di un filo di platino immerso nell'idrogeno liquido a 20,2 gr. K è 0,017 di quella che esso aveva allo zero centigrado, ossia indicando con R_t la resistenza alla temperatura a cui si fa l'esperienza e con R_0 la resistenza allo zero centigrado si ha

$$\frac{R_t}{R_0} = 0.017 \quad \text{per} \quad t = 20,2 \text{ gr. K.}$$

A 14,2 gr K la resistenza diviene 0,013. A 4,3 gr K ossia nell'elio liquido diviene 0,0119, e questo valore sembra restar costante fino alla temperatura di 1,5 gr K.

Per il mercurio solidificato la resistenza diminuisce indefinitamente a partire da 4,2 gr K. Già a 4 gr K non si riesce più a misurarla ossia è inferiore a 10^{-10} della R_0.

Esiste per ogni metallo una temperatura di caduta in cui la resistenza finisce di diminuire gradatamente, e cade con un salto brusco sino a divenire praticamente nulla.

Esiste però anche un limite della intensità della corrente, nel senso che mandando nel filo una corrente molto intensa, superiore a quel limite, il filo si riscalda, ossia si manifesta una resistenza sensibile, e una differenza di potenziale agli estremi, mentre per valori inferiori a quel limite non si apprezza nessuna differenza di potenziale. Questo limite è però sempre alto. In un filo di 0,005 millimetri quadrati di sezione si può far passare una corrente di 6 Ampères senza notare alcun riscaldamento.

La temperatura di caduta per lo stagno è di 3,5 gr. K, per il piombo è di 7 gr. K. Anche attualmente il KEESOM nel laboratorio criogenico di Leida fa misure di temperature di caduta, e di variazioni del calore specifico, a varie temperature in vicinanza dello zero assoluto.

Contemporaneamente sono state fatte osservazioni sul reticolo cristallino delle sostanze nello stato di sopraconduttori, ossia si è misurata la distanza fra i centri rifrangenti dalla sostanza e si è verificato che non è alterata da quella che si riscontra alle temperature ordinarie, in altri termini i nuclei atomici sono restati al loro posto anche a temperature bassissime.

Ciò che si deve verificare è dunque un discioglimento dell'involucro elettronico per cui gli elettroni restano liberi negli spazi internucleari.

La mancanza di resistenza nei sopraconduttori porta per conseguenza che se i corpuscoli vengono messi in moto da una forza elettromotrice essi seguitano a muoversi per inerzia nello stesso senso anche al cessare della forza esterna, ossia seguitano a produrre una corrente. Si è verificato in alcuni casi che la corrente seguita a circolare in un filo sopraconduttore anche dopo qualche giorno da che si è tolta la forza elettromotrice esterna.

CAPITOLO TERZO

L'atomo.

§. 1. — *L'edificio atomico.*

53. **L'atomo chimico.** — L'atomo è il minimo di ciascun elemento che si riscontra nei fenomeni chimici. Nei fenomeni di sintesi chimica due o più elementi, o corpi semplici, entrano a formare un corpo composto in determinate proporzioni di peso, e nella decomposizione si ritrovano gli stessi elementi con lo stesso peso. La legge delle proporzioni multiple dimostra che in composti diversi uno stesso elemento entra con pesi che sono multipli interi di un minimo. E il minimo si determina appunto partendo dal peso molecolare dei vari composti che l'elemento può formare, e prendendo il più piccolo dei rapporti che si ottengono tra il peso dell'elemento considerato e quello degli altri che entrano a costituire la molecola del composto.

È dunque dalle leggi delle combinazioni chimiche che si deduce il concetto di un minimo costante proprio di ciascun elemento, e il modo di determinarlo.

Le grandezze che così si determinano sono i rapporti tra i pesi del minimo di ciascun elemento e quello dell'elemento scelto come campione.

Se in alcuni casi interviene il dubbio se debba scegliersi un multiplo o un sottomultiplo del minimo trovato, si ricorre

	I	II	III
1	1 *H* 1.0077	2 *He* 4.00	
2	3 *Li* 6.94	4 *Be* 9.02	5 *B* 10.8
3	11 *Na* 22.997	12 *Mg* 24.32	13 *Al* 26.96
4	19 *K* 39.095	20 *Ca* 40.07	21 *Sc* 45.10
	29 *Cu* 63.57	30 *Zn* 65.38	31 *Ga* 69.72
5	37 *Rb* 85.44	38 *Sr* 87.62	39 *Y* 89.0
	47 *Ag* 107.88	48 *Cd* 112.41	49 *In* 114.8
6	55 *Cs* 132.81	56 *Ba* 137.37	57 *La* 138.91
	62 *Sm* 150.43	63 *Eu* 152.0	64 *Gd* 157.26
	69 *Tu* 169.4	70 *Yb* 173.6	71 *Lu* 175.0
	79 *Au* 197.2	80 *Hg* 200.61	81 *Tl* 204.4
7	87	88 *Ra* 225.95	89 *Ac* 227

CAPITOLO TERZO

L'atomo.

§. 1. — *L'edificio atomico.*

3. L'atomo chimico. — L'atomo è il minimo di ciascun
nto che si riscontra nei fenomeni chimici. Nei fenomeni
tesi chimica due o più elementi, o corpi semplici, entrano
nare un corpo composto in determinate proporzioni di
e nella decomposizione si ritrovano gli stessi elementi con
sso peso. La legge delle proporzioni multiple dimostra
n composti diversi uno stesso elemento entra con pesi che
multipli interi di un minimo. E il minimo si determina
nto partendo dal peso molecolare dei vari composti che
nento può formare, e prendendo il più piccolo dei rap-
che si ottengono tra il peso dell'elemento considerato e
lo degli altri che entrano a costituire la molecola del
posto.

È dunque dalle leggi delle combinazioni chimiche che si
uce il concetto di un minimo costante proprio di ciascun
nento, e il modo di determinarlo.

Le grandezze che così si determinano sono i rapporti tra
esi del minimo di ciascun elemento e quello dell'elemento
elto come campione.

Se in alcuni casi interviene il dubbio se debba scegliersi
n multiplo o un sottomultiplo del minimo trovato, si ricorre

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII			
1	1 *H* 1,0077	2 *He* 4.00									
2	3 *Li* 6.94	4 *Be* 9.02	5 *B* 10.8	6 *C* 12.00	7 *N* 14.008	8 *O* 16.000	9 *Fl* 19.00	10 *Ne* 20.2			
3	11 *Na* 22.997	12 *Mg* 24.32	13 *Al* 26.96	14 *Si* 28.06	15 *Ph* 31.024	16 *S* 32.065	17 *Cl* 35.458	18 *Ar* 39.91			
4	19 *K* 39.095	20 *Ca* 40.07	21 *Sc* 45.10	22 *Ti* 47.9	23 *V* 50.96	24 *Cr* 52.01	25 *Mn* 54.93		26 *Fe* 55.84	27 *Co* 58.97	28 *Ni* 58.69
	29 *Cu* 63.57	30 *Zn* 65.38	31 *Ga* 69.72	32 *Ge* 72.38	33 *As* 74.96	34 *Se* 79.2	35 *Br* 79.916	36 *Kr* 82.9			
5	37 *Rb* 85.44	38 *Sr* 87.62	39 *Y* 89.0	40 *Zr* 91.0	41 *Nb* 93.1	42 *Mo* 96.0	43 *Ms*		44 *Ru* 101.7	45 *Rh* 102.91	46 *Pd* 106.7
	47 *Ag* 107.88	48 *Cd* 112.41	49 *In* 114.8	50 *Sn* 118.70	51 *Sb* 121.77	52 *Te* 127.5	53 *J* 126.93	54 *Xe* 130.2			
6	55 *Cs* 132.81	56 *Ba* 137.37	57 *La* 138.91	58 *Ce* 140.25	59 *Pr* 140.92	60 *Nd* 144.27	61 *Il*				
	62 *Sm* 150.43	63 *Eu* 152.0	64 *Gd* 157.26	65 *Tb* 159.2	66 *Ds* 162.52	67 *Ho* 163.4	68 *Er* 167.7				
	69 *Tu* 169.4	70 *Yb* 173.6	71 *Lu* 175.0	72 *Hf* 178.6	73 *Ta* 181.5	74 *W* 184.0	75 *Re*		76 *Os* 190.8	77 *Ir* 193.1	78 *Pt* 195.23
	79 *Au* 197.2	80 *Hg* 200.61	81 *Tl* 204.4	82 *Pb* 207.20	83 *Bi* 208.0	84 *Po* 210	85 *Am* 221	86 *Rn* 222			
7	87	88 *Ra* 225.95	89 *Ac* 227	90 *Th* 232.15	91 *Pa* 231	92 *U* 238.17					

ad altri criteri, come la legge di DULONG e PETIT, sui calori atomici, o la legge di NEUMANN sul calore molecolare, e la regola di MITSCHERLICH che si fonda sulla analogia molecolare tra composti cristallini della stessa forma.

Questo metodo, dovuto specialmente al CANIZZARO, ha permesso assegnare a ciascun elemento un *numero proporzionale* che misura il suo peso atomico se si prende come unità di peso il minimo dell'elemento campione.

Il peso in grammi non si è potuto determinare che quando si è conosciuto il numero di AVOGADRO, perchè allora conoscendo il peso di una molecolagrammo, e il numero di molecole in essa contenute se ne deduce il peso di ciascuna molecola e da qui il peso di ciascun atomo.

A sua volta il numero di AVOGADRO si deduce con i criteri della teoria dei gas dalla determinazione dell'attrito interno dei gas e del cammino libero medio, dai moti browniani, dalla teoria elettronica.

L'atomo, come ci viene dallo studio dei fenomeni chimici, è una unità caratterizzata da un peso proprio, e da forze di affinità che determinano la formazione di composti, nei quali ciascuno elemento interviene con una propria valenza, positiva o negativa, metalli o metalloidi, e il comportamento dei singoli elementi con le loro valenze, affinità, e le loro proprietà ricorrenti, permettono già la distribuzione degli atomi nella tavola periodica del MENDELEJEFF.

Le ricerche degli ultimi trent'anni hanno permesso di penetrare nella conoscenza della struttura dell'atomo, e quindi di dar ragione non solo delle proprietà prima conosciute, ma di rilevarne molte altre.

54. La struttura dell'atomo. — Dalla disintegrazione spontanea degli atomi, che si verifica nelle sostanze radiattive, e dalla disgregazione artificiale, che si provoca nella scarica elettrica nei tubi a gas rarefatti o nel bombardamento di una atmosfera di atomi mediante proiettili potenti, si riscontrano sempre due specie di particelle, i corpuscoli negativi e

i corpuscoli positivi. Gli uni e gli altri sono sempre gli stessi qualunque sia l'elemento da cui derivano. I primi sono gli *elettroni*, i secondi possono essere *protoni*, o *particelle alfa* ma alla loro volta le particelle alfa sono composti di protoni ed elettroni.

I costitutivi dell'atomo sono dunque protoni ed elettroni. Le proprietà fondamentali di questi corpuscoli sono oggi conosciute anche nella fisica elementare. Le grandezze caratteristiche sono le seguenti

per l'elettrone la carica elettrica negativa che esso possiede si calcola a 4.774×10^{-10} in unità elettrostatiche, o a 1.592×10^{-20} in unità elettromagnetiche, la massa d'inerzia è $8,999 \times 10^{-28}$ grammi.

per il protone la carica elettrica è la stessa che per l'elettrone, solo di segno contrario, e la massa d'inerzia è di 1.663×10^{-24} grammi.

Il peso dell'elettrone è dunque circa 1860 volte più piccolo di quello del protone, e quello del protone è eguale al peso dell'atomo di idrogeno. Se dunque si prende come unità di misura per i pesi atomici il peso dell'atomo di idrogeno il peso di un elettrone si manifesterebbe soltanto nella quarta cifra decimale.

I corpuscoli che formano un atomo sono distribuiti diversamente in due zone principali, una zona esterna in cui non si trovano che elettroni, e una zona interna in cui sono concentrati i protoni. Ciò si deduce dal fatto che bombardando una atmosfera di atomi, per esempio con un fascio di raggi alfa emessi da una sostanza radiattiva, un numero grande di elettroni viene liberato dagli atomi, ma la liberazione di protoni, o in generale di corpuscoli positivi, non si ottiene che raramente, il che dimostra che questi sono concentrati in un piccolissimo spazio nell'interno dell'atomo.

La zona interna in cui sono concentrati i protoni è quella che prende il nome di *nucleo*. La frequenza con cui si verifica l'incontro di una particella alfa con un nucleo permette di determinare le dimensioni del nucleo stesso, e l'effetto di devia-

zione che in questo incontro subisce la particella urtante permette di affermare che il nucleo è carico di elettricità positiva, perchè respinge la particella alfa, ma permette altresì di calcolare la carica stessa del nucleo dalla misura della deviazione.

Il numero che misura le unità elettriche positive che possiede il nucleo coincide col numero d'ordine che spetta a ciascun elemento nella distribuzione per peso atomico crescente, ed è quello che si chiama *numero atomico* e si indica con Z. Questa coincidenza fu affermata per la prima volta dal RUTHERFORD come risultato delle sue esperienze, e di quelle del CHADWICK.

Il numero atomico però non coincide col numero di protoni esistenti nel nucleo atomico.

Il peso atomico è assegnato prendendo come unità il peso dell'atomo dell'idrogeno, e il peso del protone coincide con quello dell'atomo di idrogeno, così il numero di protoni contenuti nel nucleo di un determinato elemento coincide col numero che dà il suo peso atomico. Indichiamo con p questo numero.

Se ora la carica elettrica positiva del nucleo è data da Z, e nel nucleo sono presenti p unità elettriche positive è necessario ammettere che nel nucleo sono altresì presenti un numero $p - Z$ di cariche elettriche negative, ossia elettroni. Indichiamo con n questo numero ossia poniamo

$$p - Z = n .$$

La zona esterna dell'atomo è costituita da una atmosfera di elettroni. Il numero degli elettroni che formano l'atmosfera avvolgente il nucleo si dedurrà osservando che l'atomo completo di un elemento è un corpo che non manifesta alcuna carica elettrica, quindi contiene tante unità elettriche negative, e altrettante positive. E poichè la carica elettrica positiva concentrata nel nucleo è misurata da Z, così il numero Z sarà il numero di elettroni distribuiti intorno al nucleo.

L'atomo è dunque costituito da due parti essenziali, il nucleo e il suo involucro elettronico. Il nucleo è costituito

a sua volta da un certo numero p di protoni e da un certo numero n di elettroni. Ne risulta che la carica elettrica del nucleo è misurata dal numero

$$Z = p - n \tag{61}$$

di unità elettriche positive.

L'atmosfera avvolgente il nucleo contiene a sua volta un numero Z di elettroni, e l'atomo intero col suo nucleo e col suo involucro, risulta elettricamente neutro.

Il peso dell'atomo è misurato dal numero p di protoni che costituiscono il nucleo, perchè tutti gli elettroni non contribuiscono che per una frazione trascurabile.

Il numero atomico Z è il numero d'ordine dell'atomo nella scala dei pesi atomici crescenti, e misura insieme la carica elettrica positiva del nucleo e il numero dei elettroni formanti l'involucro.

55. **Gli strati elettronici.** — Sulla struttura del nucleo atomico conosciamo ancora troppo poco per potercene formare un modello. Più facilmente invece possiamo parlare dell'involucro elettronico. I fatti che conosciamo sono questi. Una proiezione di particelle alfa, che attraversi un corpo, libera un numero straordinariamente grande di elettroni. L'energia comunicata ad un corpo eccita in esso moti oscillatori che provocano alla lor volta l'emissione di strie caratteristiche.

Il numero dei vibratori interessato in questa emissione cresce coll'aumentare della temperatura del corpo; le strie emesse sono distribuite in serie ben distinte per la loro frequenza.

Questi fatti dimostrano che gli elettroni che costituiscono l'involucro conservano la loro natura corpuscolare e sono variamente vincolati al nucleo, nel senso che è relativamente facile provocare la liberazione di alcuni di essi, i più superficiali evidentemente, e si richiede energia sempre crescente per liberare elettroni a profondità crescente nell'atomo; finalmente la distribuzione degli elettroni nell'involucro non è uniforme ma a strati

che devono corrispondere alla distribuzione delle serie di strie di emissione.

Le strie di emissione di cui qui si parla sono specialmente quelle degli spettri di alta frequenza. Anche prima che si conoscesse la natura dei raggi X le esperienze del BARKLA aveano dimostrato che elementi diversi emettevano raggi X di diverso potere penetrante. Il MOSELEY [1] nel 1914 riscontrò che le frequenze proprie dei vari elementi vanno crescendo col crescere del peso atomico, e si possono distinguere in due

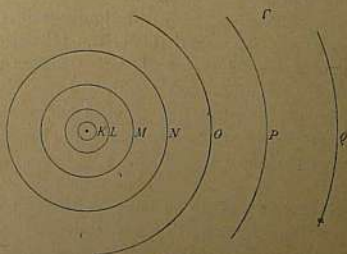



FIG. 14.

serie la serie K e la serie L, di cui la serie L è a frequenza minore della serie K. Successivamente, sperimentando su corpi a peso atomico maggiore si rivelarono altre serie di strie.

La serie K si ritrova nell'idrogeno e nell'elio. A cominciare dal litio si manifesta la seconda serie L, nel sodio si riscontrano tre serie, K, L, M, dal potassio comincia a manifestarsi una quarta serie N, e così via finchè nei corpi più pesanti si giunge a stabilire sette serie di strie caratterizzate con le lettere K, L, M, N, O, P, Q.

Ciascuna di queste serie è a sua volta costituita da più

[1] H. G. I. MOSELEY. *The high-frequency spectra of the Elements.* Philos. Mag. v. 26 p. 1024 (1913) e v. 27 p. 703 (1914).

strie. Il MOSELEY ne aveva assegnate due per ciascun elemento e per ciascuna serie, contraddistinte con le lettere α e β, di cui la α era sempre più intensa, e a frequenza minore della β. Le esperienze ulteriori hanno dimostrato una struttura ben più complessa.

Ma intanto abbiamo, in questa distribuzione degli spettri ad alta frequenza, un criterio di distribuzione degli elettroni in strati avvolgenti il nucleo. Questi vari strati sono designati con le stesse lettere che servono a denominare le serie di strie. E poichè la frequenza va diminuendo nelle strie appartenenti alle varie serie nell'ordine stesso della loro denominazione, in modo che negli atomi in cui si riscontrano più serie di strie quelle a frequenza maggiore sono le strie della serie K, e successivamente con frequenze decrescenti, così lo strato K sarà quello formato dagli elettroni più vicini al nucleo e perciò con energia maggiore e frequenze maggiori, e gli altri strati successivamente avvolgeranno i precedenti.

56. **Orbite elettroniche secondo la teoria quantistica.** — Gli elettroni che formano l'involucro atomico sono in un campo di forza elettrica formato dal nucleo e posseggono una forza viva propria. Si troveranno dunque in uno stato di moto orbitale intorno al nucleo, analogamente a ciò che avviene per i pianeti attirati dal sole. L'esistenza poi degli strati, dimostrati dalla distribuzione delle serie spettrali, ci mostra che non tutte le orbite sono egualmente possibili, ma soltanto quelle che corrispondono alle distribuzioni definite dagli strati K, L, ecc.

La teoria dai quanti permette di determinare quali orbite sono possibili, e i risultati che si ottegono corrispondono bene ai fatti.

Consideriamo il caso più semplice, quello di un atomo formato dal nucleo e da un solo elettrone — l'atomo di idrogeno.

La forza che agisce sull'elettrone è la forza elettrica di attrazione del nucleo e secondo la legge di COULOMB si può esprimere in generale con

$$f = \frac{eE}{r^2} \tag{62}$$

se e ed E sono rispettivamente la carica elettrica dell'elettrone e del nucleo, ed r la distanza fra i centri dei due corpuscoli, e ponendo eguale all'unità la costante che comparisce nel caso generale e che suol chiamarsi la costante dielettrica. Se ci limitiamo a considerare il caso dell'orbita circolare, come la più semplice, dovremo porre che la forza attrattiva è eguale alla accellerazione centripeta costante, moltiplicata per la massa attratta, e ricordando che l'accelerazione centripeta per un moto circolare di velocità angolare ω sopra un cerchio di raggio r è data da $\omega^2 r$, sarà

$$mr\omega^2 = \frac{eE}{r^2} \tag{63}$$

od anche

$$mr^3 \omega^2 = eE .$$

Per introdurre l'ipotesi quantistica ricordiamo che la costante h di Planck è una azione ossia una quantità di moto moltiplicata per uno spazio. Nel caso nostro la quantità di moto dell'elettrone verrà moltiplicata per la circonferenza, quindi

$$mv \times 2\pi r = 2\pi mr^2 \omega$$

ricordando che la velocità lineare v è eguale ad ωr.

Il postulato che introduciamo è che quella grandezza orbitale dell'elettrone sia un numero intero di quanti h, numero che indichiamo con n. Porremo dunque come postulato che

$$2\pi mr^2 \omega = nh . \tag{64}$$

Se combiniamo questa eguaglianza con quella precedente ne ricaviamo i valori di r e di ω. E precisamente dividendo

membro a membro ricaviamo

$$r\omega = \frac{2\pi e E}{nh}$$

che combinata con l'ultima ci dà

$$r = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 meE} \tag{65}$$

e introducendo questo valore nella precedente si ricava

$$\omega = \frac{8\pi^3 m e^2 E^2}{n^3 h^3}. \tag{66}$$

In queste espressioni la n è un numero qualunque purchè intero, e può prendere tuti i valori 1, 2, 3, ...

Il postulato quantistico porta dunque come conseguenza che i valori possibili per il raggio e per la velocità angolare delle orbite elettroniche circolari siano espresse da queste due formole

Si può osservare che i raggi delle possibili orbite circolari stanno fra loro come i quadrati del numero n, e le velocità angolari come l'inverso dei cubi. E se invece delle velocità angolari introduciamo i tempi periodici τ, ricordando che $\omega = 2\pi/\tau$, potremo porre

$$r_1 : r_2 : r_3 : \ldots = 1^2 : 2^2 : 3^2 : \ldots$$

$$\tau_1 : \tau_2 : \tau_3 : \ldots = 1^3 : 2^3 : 3^3 : \ldots$$

da cui

$$\tau_1^2 : \tau_2^2 : \tau_3^2 : \ldots = r_1^3 : r_2^3 : r_3^3 \tag{67}$$

che è l'espressione della terza legge di KEPLERO.

Per applicare questi risultati all'atomo di idrogeno basterà porre per e e per E la carica elettrica elementare negativa e

positiva, e per h il valore noto e si ricaverebbe per $n = 1$, ossia per l'orbita più piccola

$$e = 4.77 \times 10^{-10}$$

$$\frac{e}{m} = 1.77 \times 10^{7} \times c$$

$$h = 6.55 \times 10^{-27}$$

$$r_1 = 0{,}533 \times 10^{-8} \text{ cm.}$$

e successivamente

$$r_2 = 4r_1 \ , \quad r_3 = 9r_1 \ \ldots$$

La velocità v risulta $= \frac{2\pi e^2}{ch}$ ossia 7.29×10^{-3} della velocità della luce.

Per passare dalle orbite circolari a quelle elittiche bisogna tener conto che mentre il cerchio è determinato dal solo valore del raggio l'elisse richiede invece due grandezze e quindi si dovrà introdurre due distribuzioni in quanti. Generalmente si considera il quanto *radiale* e il quanto *azimutale*, ossia quello relativo alla variazione del raggio vettore e quello relativo alla variazione della velocità angolare. Ed insieme a questi due numeri quantici importa tener conto del *quanto totale* o *globale*, che è la somma del quanto radiale e del quanto azimutale, e che suole indicarsi con k.

Ma può anche entrare in considerazione la rotazione del piano dell'orbita e allora anche per questa si dovrebbe introdurre una nuova distribuzione in quanti.

57. **Livelli d'energia.** — Alla distribuzione in strati degli elettroni si riconnette anche il problema della distribuzione della energia in livelli. Possiamo anche questa calcolarla limitandoci ai casi più semplici.

L'energia posseduta da un elettrone sarà sempre in parte energia potenziale, dovuta al campo di forza in cui si

trova, e in parte energia cinetica dovuta alla velocità che possiede.

Il campo di forza in cui si trova l'elettrone è un campo elettrico formato dal nucleo la cui carica elettrica abbiamo indicato con E. Il potenziale corrispondente a questa quantità di elettricità, calcolato per un punto a distanza r e in cui sia concentrata l'unità di quantità elettrica, è dato, come sappiamo dagli elementi di fisica, da E/r. Nel caso nostro l'elettrone possiede una carica elettrica $-e$ quindi la sua energia potenziale che indichiamo con W_p sarà

$$W_p = -\frac{eE}{r} \tag{68}$$

e introducendo il valore trovato per r potremo scrivere

$$W_p = -\frac{4\pi^2 m e^2 E^2}{n^2 h^2}.$$

Il segno negativo è dovuto alla opposizione di segno del nucleo e dell'elettrone, e significa forza di attrazione.

Per l'energia cinetica ricordando che $v = r\omega$ e introducendo per r ed ω i valori dati nel numero precedente potremo scrivere, indicandola con W_c

$$W_c = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{2\pi^2 me^2 E^2}{n^2 h^2}. \tag{69}$$

Paragonando questo valore con quello della energia potenziale si trova che a meno del segno

$$W_c = \frac{1}{2} W_p$$

proprietà conosciuta per i valori medi delle energie in moti orbitali che ubbidiscono alla legge di COULOMB.

L'energia totale che ne risulta è

$$W = W_c + W_p = -\frac{2\pi^2 m e^2 E^2}{n^2 h^2}. \tag{70}$$

Osserviamo che l'energia totale è inversamente proporzionale al quadrato del quanto n. Se dunque distinguiamo con l'indice 1, 2, 3, ... il valore della energia totale corrispondente ai vari numeri quantici $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$ ... sarà

per $n = 1$ $\qquad W_1 = W_1$

$n = 2$ $\qquad W_2 = \frac{W_1}{4}$

$n = 3$ $\qquad W_3 = \frac{W_1}{9}$

e corrispondentemente ai valori di r avremo ancora che lo strato per cui r è minimo è quello che avrà per energia W_1, e successivamente col crescere di r secondo il quadrato di n l'energia W_1, W_2, W_3, va diminuendo in valore assoluto secondo l'inverso dei quadrati di n. Per $r = \infty$ l'energia sarà zero, per $r = 0$ ossia sul nucleo l'energia sarà $-\infty$.

Per l'orbita elittica il calcolo non è più così semplice perchè tanto il raggio vettore r quanto la velocità lineare v variano col variare della posizione dell'elettrone nella sua traiettoria, e quindi vanno variando tanto l'energia potenziale che l'energia cinetica, ma la loro somma resta costante. Si può dimostrare che indicando con a il semiasse maggiore dell'elisse, l'energia totale si può scrivere

$$W = W_c + W_p = -\frac{eE}{2a}$$

mentre per a si trova una espressione eguale a quella trovata per r, ma in cui al posto del quanto n si deve porre il quanto

globale, ossia la somma del quanto radiale più il quanto azimutale.

Indichiamo con n_r il primo, e con n_φ il secondo si ha

$$a = \frac{h^2}{4\pi^2 meE} (n_r + n_\varphi)^2$$

e quindi sostituendo nella formola di W avremo

$$W = -\frac{2\pi^2 m e^2 E^2}{h^2} \frac{1}{(n_r + n_\varphi)^2} . \tag{71}$$

E possiamo applicare a questo caso le osservazioni fatte per il caso delle orbite circolari sul modo di variare della energia nei vari strati elettronici, purchè al quanto unico che allora si aveva si sostituisca il quanto globale.

In questo modo di rappresentarci le cose si ha dunque che gli elettroni sono distribuiti in strati concentrici avvolgenti il nucleo, ai quali corrispondono successivamente i numeri quantici, ed energia decrescente secondo i quadrati degli stessi.

58. **Distribuzione degli elettroni nei strati.** — I successivi livelli di energia nell'involucro atomico sono dunque distinti dai successivi valori del quanto globale.

Ma ad uno stesso quanto globale possono corrispondere varie coppie dei due quanti radiale e azimutale, e quindi varie forme dell'orbita caratterizzate dallo stesso valore dell'energia totale.

Supponiamo che il quanto globale n sia eguale a tre. I vari casi che vi corrispondono saranno i seguenti

$$n_r = 3 \qquad n_\varphi = 0$$
$$n_r = 2 \qquad n_\varphi = 1$$
$$n_r = 1 \qquad n_\varphi = 2$$
$$n_r = 0 \qquad n_\varphi = 3$$

per i quali il quanto globale è sempre $n = 3$, e a ciascuna coppia di valori corrisponde una orbita di cui risultano definiti

	K
Elementi con	
1 strato	
(1)	1
(2)	2
2 strati	
(3)	2
(4)	2
...	
(10)	2
3 strati	
(11)	2
(12)	2
...	
(18)	2
4 strati	
(19)	2
(20)	2
...	
(22)	2
...	
(29)	2
...	
(36)	2
5 strati	
(37)	2
...	
(47)	2
...	
(54)	2
6 strati	
(55)	2
...	
(71)	2
...	
(79)	2
...	
7 strati	
(88)	2
...	
(92)	2

ossia la somma del quanto radiale più il quanto
iamo con n_r il primo, e con n_φ il secondo si ha

$$a = \frac{h^2}{4\pi^2 meE}(n_r + n_\varphi)^2$$

ostituendo nella formola di W avremo

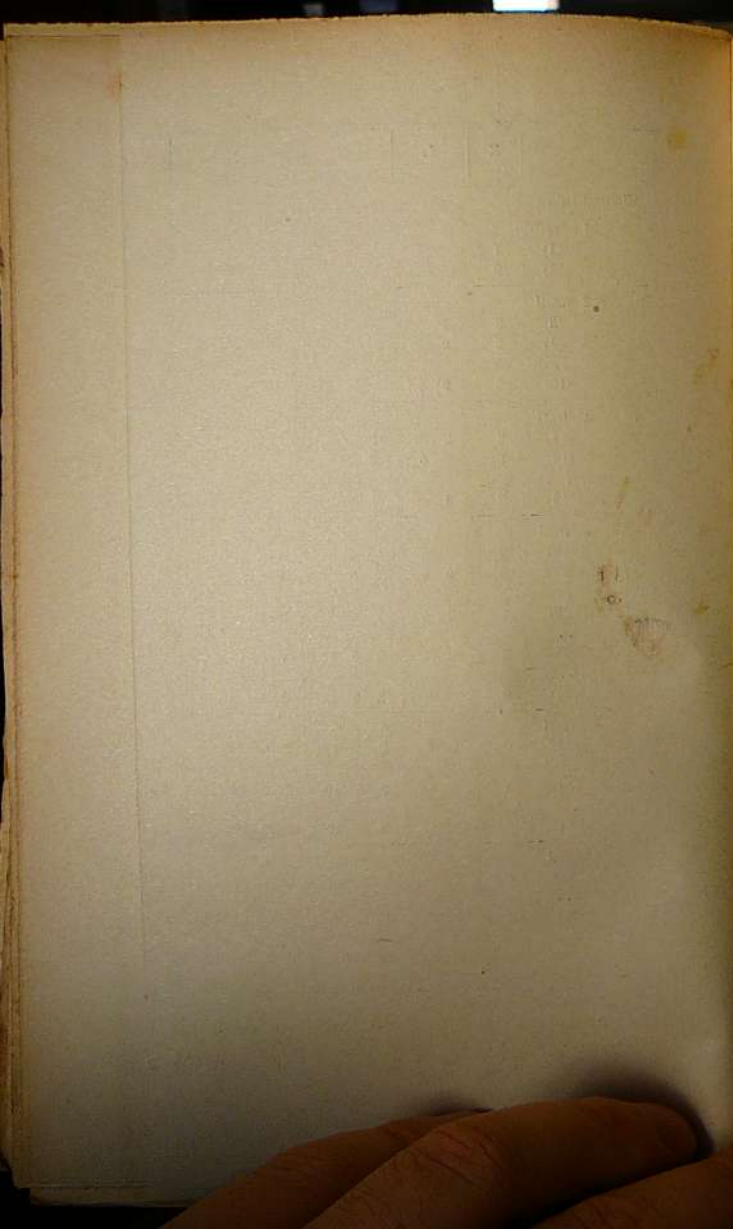
$$W = -\frac{2\pi^2 m e^2 E^2}{h^2} \frac{1}{(n_r + n_\varphi)^2} .$$

siamo applicare a questo caso le osservazioni fatte
delle orbite circolari sul modo di variare della ener-
i strati elettronici, purchè al quanto unico che allora
sostituisca il quanto globale.
sto modo di rappresentarci le cose si ha dunque che
i sono distribuiti in strati concentrici avvolgenti il
uali corrispondono successivamente i numeri quantici,
decrescente secondo i quadrati degli stessi.

istribuzione degli elettroni nei strati. — I suc-
li di energia nell'involucro atomico sono dunque
successivi valori del quanto globale.
uno stesso quanto globale possono corrispondere varie
due quanti radiale e azimutale, e quindi varie forme
caratterizzate dallo stesso valore dell'energia totale.
niamo che il quanto globale n sia eguale a tre.
che vi corrispondono saranno i seguenti

$$n_r = 3 \qquad n_\varphi = 0$$
$$n_r = 2 \qquad n_\varphi = 1$$
$$n_r = 1 \qquad n_\varphi = 2$$
$$n_r = 0 \qquad n_\varphi = 3$$

il quanto globale è sempre $n = 3$, e a ciascuna
valori corrisponde una orbita di cui risultano definiti

	K	L	M	N	O	P	Q
Elementi con							
1 strato							
(1)	1						
(2)	2						
2 strati							
(3)	2	1					
(4)	2	2					
. . .							
(10)	2	2 6					
3 strati							
(11)	2	2 6	1				
(12)	2	2 6	2				
. . .							
(18)	2	2 6	2 6				
4 strati							
(19)	2	2 6	2 6	1			
(20)	2	2 6	2 6	2			
. . .							
(22)	2	2 6	2 6 2	2			
. . .							
(29)	2	2 6	2 6 10	1			
. . .							
(36)	2	2 6	2 6 10	2 6			
5 strati							
(37)	2	2 6	2 6 10	2 6	1		
. . .							
(47)	2	2 6	2 6 10	2 6 10	1		
. . .							
(54)	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2 6		
6 strati							
(55)	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2 6	1	
. . .							
(71)	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 1	2	
. . .							
(79)	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	1	
. . .							
7 strati							
(88)	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 6	2
. . .							
(92)	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 6	6

gli elementi geometrici. La prima orbita si riduce ad una retta. Evidentemente i valori negativi dei quanti non avrebbero significato.

Ma tutto ciò vale pel caso molto semplice di un elettrone ruotante intorno al nucleo, caso che è conosciuto in meccanica col nome di *problema dei due corpi*, perchè ha per oggetto lo studio del moto relativo di due corpi che si attraggono con una forza inversamente proporzionale al quadrato della distanza.

Se invece di due corpi se ne considerano tre, due elettroni e il nucleo, le cose si complicano in modo che la meccanica non ha più soluzioni generali. Molto più quando il numero degli elettroni va crescendo. Bisogna allora poter tener conto non solo della forza attrattiva tra nucleo ed elettrone, ma anche della forza repulsiva tra i vari elettroni. Inoltre un elettrone che percorra una orbita elittica può penetrare negli strati formati dagli altri elettroni, e con ciò il valore del campo elettrico varia rapidamente. Infine un altro elemento di cui si deve tener conto è il piano dell'orbita elettronica perchè l'elettrone ruotando genera un campo magnetico perpendicolare al piano della sua orbita, e anche questa forma di energia può prendere un numero limitato di valori.

I criteri che oggi si seguono nella distribuzione degli elettroni negli strati atomici sono i seguenti.

Gli *strati* K, L, M, N, O, P, Q, sono determinati dai *quanti globali* 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 in modo che allo strato K che è il più interno corrisponde il quanto globale 1, e successivamente il quanto totale va crescendo dall'interno verso l'esterno dell'atomo. L'energia va invece decrescendo secondo il quadrato di n quanto globale.

Lo stato di ciascun elettrone è determinato da quattro numeri quantici rappresentati ordinariamente con le quattro lettere n, k, j, m, e cioè il quanto *globale* n, il quanto *azimutale* k, il quanto *interno* j, il quanto *magnetico* m.

Il quanto globale n determina lo strato a cui l'elettrone appartiene, e poichè per ogni valore di n possono aversi varie combinazioni così in ogni strato esisteranno vari sottostrati o

sottogruppi corrispondenti a quelle varie combinazioni. Sui criteri da seguire nella assegnazione e selezione od esclusione delle combinazioni che possono ammettersi, e sul numero di elettroni che possono entrare in ciascun sottogruppo, si hanno varie ipotesi proposte da DIRAC, PAULI, FERMI, ma in tutto questo siamo tuttora in un periodo costruttivo e non può ancora dirsi che esista una teoria completa.

La annessa tabella contiene le distribuzioni che fino ad oggi sembrano le più probabili [1].

59. **La struttura del nucleo.** — Mentre per la distribuzione degli elettroni nell'involucro possiamo disporre della osservazione dei fenomeni di emissione di energia raggiante, e dei criteri che si deducono dal moto orbitale degli elettroni, per la costituzione del nucleo non abbiamo che qualche indizio dai fenomeni della disgregazione.

Come s'è detto al numero 54 il nucleo è costituito da un numero p di protoni che coincide col numero che dà il peso atomico, e da un numero n di elettroni che è dato dalla differenza tra il numero di protoni, e il numero atomico Z. Ciò si deduce dal fatto che ogni protone è una unità di peso atomico, ed insieme una unità di elettricità positiva. Se dunque nel nucleo sono presenti p protoni, e Z unità positive, essendo sempre $Z < p$ è necessario ammettere che un nu mero $p - Z$ di unità positive sono neutralizzate da un egual numero di unità negative, e che quindi nel nucleo sono presenti un numero $n = p - Z$ di elettroni.

La disgregazione del nucleo può essere spontanea o artificiale. La disgregazione spontanea si ha nei corpi radiattivi. Delle tre specie di radiazioni che escono da queste sostanze, i raggi alfa, i raggi beta, i raggi gamma, sappiamo che i raggi gamma sono veri raggi di energia raggiante, e non

[1] Nella tabella i numeri in parentesi della prima colonna sono i numeri atomici degli elementi, i numeri delle altre colonne sono gli elettroni distribuiti nei vari sottogruppi.

corpuscoli, i raggi beta sono elettroni, e questi possono facilmente essere emessi dall'involucro, i raggi alfa sono corpuscoli positivi con un peso corpuscolare eguale al peso di quattro nuclei di idrogeno, e con una carica elettrica di due unità positive. La particella alfa è dunque costituita da quattro protoni con due elettroni. Questo raggruppamento è quello stesso che si riscontra nel nucleo di elio, e di fatti nel gas che si ottiene da una sostanza radiattiva si riscontra la presenza della stria caratteristica dell'elio.

Proiezione di protoni isolati dalle sostanze radiattive non si conosce.

La disgregazione artificiale si fa lanciando contro la sostanza da esplorarsi una proiezione di raggi alfa oppure un fascio di raggi gamma.

Il bombardamento con raggi gamma generalmente non produce disgregazione del nucleo ma spesso l'energia dei raggi gamma viene assorbita senza effetti esterni, altre volte produce un eccitamento che si manifesta con l'emissione di raggi simili.

Il bombardamento con particelle alfa può produrre vari effetti. In alcuni casi la particella non viene catturata dal nucleo e allora si produce soltanto uno stato di eccitamento che si manifesta con l'emissione di raggi gamma.

Altre volte la particella alfa è catturata e allora si possono verificare tre casi: o si manifesta sola eccitazione con emissione di raggi gamma, o la eccitazione giunge fino alla espulsione di una particella alfa diversa da quella catturata, o viene espulso un protone isolato.

Più recentemente il bombardamento si è fatto con protoni o nuclei di idrogeno ai quali viene communicata energia sottoponendoli a un campo elettrico di qualche centinaia di migliaia di volta. Anche in questo caso si può avere emissione di soli raggi gamma, emissione di protoni, ed emissione di particelle alfa. Le più recenti esperienze fatte da COCKCROFT e WALTON [1] nel Cavendish Laboratory sotto la direzione del RUTHERFORD,

[1] *Nature*, vol. 129, p. 674, maggio 1932.

con bombardamento di protoni sul litio — peso atomico 7 — ha dato come risultato la catturazione del protone proiettile e la disgregazione del gruppo così formato, in due particelle alfa.

Altre esperienze del CHADWICK [1] sembrano dimostrare che dal berillio bombardato con particelle alfa può uscire una combinazione di un protone con un elettrone, ciò che suol chiamarsi *neutrone*.

Riassumendo, nella disgregazione spontanea del nucleo si hanno sempre particelle alfa, nella disgregazione artificiale possono aversi protoni separati, o neutroni, o particelle alfa.

La frequenza delle particelle alfa come effetto della disgregazione sembra indicare che nel nucleo esistano già raggruppamenti di quattro protoni con due elettroni, e questo speciale composto ha una stabilità molto grande. Ma non potrebbe dirsi che i nuclei atomici sono costituiti di particelle alfa, perchè in questo caso il peso atomico dovrebbe essere sempre un multiplo di quattro.

Del resto il protone esiste come nucleo dell'atomo di idrogeno e se l'idrogeno è ionizzato — ossia se ha perduto il suo elettrone — l'atomo è ridotto al solo protone.

Le ricerche sulla distribuzione della energia nel nucleo si fanno specialmente studiando la distribuzione di energia che si riscontra nei corpuscoli emessi per effetto del bombardamento. I protoni e le particelle alfa emessi possono avere energia diversa e distribuirsi in una distribuzione continua con analogia allo spettro continuo di energia raggiante, o a gruppi formanti strie analoghe anche qui alla emissione di energia raggiante. Ma i risultati finora ottenuti sono ancora troppo limitati per dedurne qualche criterio sulla struttura del nucleo.

60. **Isotopi.** — Se il protone è un costitutivo dell'atomo, e d'altra parte è un corpuscolo minimo e quindi non separabile in altri corpuscoli, l'atomo deve contenere un numero intero di

[1] *Nature*, vol. 129, p. 674, maggio 1932.

protoni; il numero che abbiamo indicato con p. D'altra parte il peso del protone è quello che si prende come unità per la determinazione del peso atomico. Ne segue che il peso atomico di tutti gli elementi dovrebbe essere sempre dato da un numero intero. Ciò però non corrisponde alla realtà, il peso atomico degli elementi è lontano dall'esser sempre un numero intero.

Per giustificare questa apparente contraddizione bisogna notare che il peso atomico che viene assegnato dai fisici o dai chimici, non è il numero ottenuto pesando ciascun atomo separatamente, ma è il peso medio ottenuto dividendo il peso totale di una massa di atomi, per il numero di atomi che essa contiene. E allora se tutti gli atomi avessero lo stesso peso, eccetto le piccole oscillazioni che si possono riscontrare anche nelle grandezze omogenee, la media dovrebbe ancora essere un numero intero, o al più le oscillazioni si dovrebbero riscontrare nella terza o quarta cifra decimale. Ma poichè difatto il valore medio si discosta molto da essere un numero intero, dobbiamo concludere che gli atomi anche appartenenti allo stesso elemento non hanno tutti lo stesso peso.

Oggi sappiamo che è proprio questo il caso: un elemento può essere costituito da atomi di peso diverso pur appartenenti allo stesso elemento, ossia un elemento può contenere vari *isotopi*. Si dicono isotopi gli atomi che appartengono ad uno stesso elemento, e hanno pesi atomici diversi. Gli elementi sono oggi specificati dalle loro proprietà chimiche, la definizione che abbiamo dato per l'atomo si riferisce alle combinazioni e decomposizioni chimiche. Ora le proprietà chimiche di un atomo dipendono, come vedremo, non già dal peso atomico, ma dal numero atomico, quello già indicato col numero Z. E il numero atomico è quello che misura la carica elettrica positiva del nucleo, e quindi è dato dalla differenza fra il numero di protoni, e quello di elettroni presenti nel nucleo, ossia

$$Z = p - n .$$

Evidentemente si possono avere infinite coppie di valori di p e di n per le quali la differenza sia Z.

L'esperienza ha dimostrato che difatto esistono varie coppie di valori di p ed n in atomi della stessa specie.

Il modo di separare fra loro elementi isotopi non può essere fondato in un fenomeno chimico, ma soltanto sulla differenza di massa. Se ad uno sciame di atomi della stessa specie chimica comunichiamo una stessa forza, l'accelerazione che i singoli atomi assumeranno sarà inversamente proporzionale alla loro massa, conforme al secondo principio fondamentale della dinamica.

Questo criterio era già stato adottato da J. J. THOMSON (1) per separare le varie specie di corpuscoli positivi che si ottenevano nella scarica dei tubi a gas rarefatto.

Un procedimento simile è stato seguito dall'ASTON (2) al quale si deve specialmente quanto oggi si sa sulla esistenza degli isotopi. La forza comunicata agli atomi non è semplicemente una forza meccanica, ma una forza di natura magnetica. Egli è riuscito così a separare in vari gruppi lo sciame di atomi della stessa specie chimica, che sotto l'azione della forza magnetica fanno escursioni più o meno grandi secondo la loro massa.

Gli apparecchi che servono a separare atomi di massa diversa prendono il nome di spettometri a massa per analogia allo spettrometro adoperato in ottica che separa raggi di lunghezza d'onda differenti.

Si è riscontrato che la maggior parte dei corpi semplici conosciuti sono costituiti da miscugli di vari isotopi, e il numero di isotopi conosciuti si va continuamente accrescendo.

(1) J. J. THOMSON, *Rays of Positive Electricity and their application to Chemical Analyses* (1913).

(2) I lavori di F. W. ASTON sono pubblicati in Proceed. Roy. Soc. e nel suo libro sugli « Isotopi ».

§ 2. — *Le proprietà dell' atomo.*

61. **Il peso dell' atomo.** — Il modello che ci siamo formato dell' atomo nel paragrafo precedente deve permetterci di dar ragione di tutte le proprietà dell' atomo.

Il *peso dell' atomo* è dato dalla somma dei pesi di tutti i corpuscoli che lo costituiscono. I corpuscoli che più importano sono i protoni; il peso di un protone si assume come unità di misura perchè è il peso del nucleo dell' elemento più leggero, l' idrogeno. Quindi il peso di un atomo, in unità atomiche, coincide col numero di protoni che il suo nucleo contiene.

Il contributo che apportano gli elettroni nel peso dell' atomo è trascurabile. La massa dell' elettrone è circa 1/1860 della massa del protone, quindi per gli atomi leggeri che comprendono un piccolo numero di elettroni il peso di questi non comparirebbe che nella quarta, o al più nella terza cifra decimale. Per gli atomi pesanti nei quali si arriva a qualche centinaio di elettroni la presenza di questi può farsi sentire nella prima cifra decimale.

Per una determinazione completa del peso atomico si dovrebbe anche tener conto della variazione che subisce la massa di un corpuscolo al variare della sua velocità. Ma la determinazione del peso atomico non giunge ancora a tale precisione da dover tener conto di queste modificazioni, che sono più piccole del grado di approssimazione a cui si può giungere attualmente.

Il peso dell' atomo sarà dunque dato dal numero p di protoni che esso contiene, con un errore che non arriva all'ordine di un decimo dell'unità.

Volendo assegnare in grammi il peso di un atomo si ricorre al peso in grammi del protone che suol calcolarsi a grammi $1,663 \times 10^{-24}$.

Il *peso atomico* di un elemento non è la stessa cosa del peso del suo atomo, perchè l' elemento può contenere, e con-

tiene di fatto, atomi di peso diverso. Il peso atomico infatti è il quoziente tra il peso di una determinata quantità dell'elemento, diviso per il numero di atomi che essa contiene, ossia è il peso medio degli atomi che costituiscono una mole dell'elemento che si studia.

Come appare evidente, il peso atomico non soltanto dipende dai vari isotopi che l'elemento contiene, ma anche dalla densità con cui intervengono i vari isotopi. Così volendo assegnare il peso atomico del mercurio dalla presenza dei suoi isotopi, non ci basterà sapere che vi possono essere atomi di vari pesi atomici 198, 199, 200, 201, 202, 204, ma importa sapere con quale rapporto numerico essi intervengono, per es., su cento atomi di mercurio quanti sono di peso 198, quanti di peso 199, e così via. Nelle tabelle che si sogliono dare per gli isotopi si sogliono distribuire i vari numeri nell'ordine di intensità decrescente. Così si dice che gli isotopi del mercurio sono 202, 200, 199, 198, 201, 204, ciò significa che l'atomo di peso 202 è il più frequente, quello di 200 è meno frequente del primo, e gli altri successivamente si presentano in frequenze sempre minori.

Finalmente la proporzione con cui si presentano i vari isotopi potrà variare da un esemplare all'altro dell'elemento, e quindi il peso atomico determinato da vari autori su vari esemplari può essere diverso l'uno dall'altro. Le oscillazioni che si incontrano nei valori dati per i pesi atomici non sono dunque dovute a diversi gradi di precisione nella determinazione sperimentale, ma possono essere intrinseche alla diversità realmente esistente nei vari elementi presi da varie sorgenti.

62. **Il volume dell'atomo.** — Non è senza interesse la considerazione del volume dell'atomo che si riconnette ad altre importanti proprietà atomiche. Ma importa prima di tutto definire che cosa si voglia intendere per volume dell'atomo. Si suol paragonare l'atomo ad un infinitesimo sistema solare, e allora possiamo domandarci se esiste una grandezza che possa definirsi come volume del sistema solare. Potrebbe chiamarsi

volume del sistema il volume della sfera che rinchiude le orbite di tutti i pianeti che appartengono al sistema.

Ed è questo un primo senso in cui può prendersi il volume dell'atomo, il volume cioè di una sfera che avvolga le orbite di tutti gli elettroni che appartengono all'atomo. Evidentemente questo volume non avrebbe un valore costante perchè le orbite elettroniche vanno variando in uno stesso atomo, e l'eccentricità, e quindi l'asse maggiore della elisse più esterna, può oscillare entro valori molto grandi.

Se ci riferiamo alla espressione che abbiamo trovato per il raggio di una orbita circolare si ricaverebbe per la prima orbita corrispondente al valore *1* del quanto n un raggio di $0{,}519 \times 10^{-8}$ cm. e corrispondentemente per $n = 2$ si avrebbe $r_2 = 4r_1 = 2{,}076 \times 10^{-8}$ cm. e così via.

Un valore più stabile per il volume atomico si può ricercare soltanto nei corpi solidi, o al più nei liquidi. Si può allora assumere come volume dell'atomo il quoziente tra il volume di una mole, per esempio, di un atomogrammo di sostanza, e il numero di atomi che esso contiene, od anche il quoziente tra il peso e la densità. I valori che così si ottengono hanno un andamento molto caratteristico. Gli elementi che hanno un maggior volume atomico sono quelli che compariscono primi nei vari gruppi della scala periodica degli elementi, ossia *H*, *Li*, *Na*, *K*, *Rb*, *Cs*, e l'elemento sconosciuto di numero atomico 87. Dopo ciascuno di questi elementi il volume va rapidamente decrescendo nel senso stesso con cui si procede da sinistra verso destra nella scala di MENDELEJEFF, e riprende valori maggiori all'inizio della linea successiva.

Ma bisogna anche distinguere il caso di una sostanza monoatomica, da quello di sostanza poliatomica, e molto più il caso di una sostanza semplice da quello di una sostanza composta. Se la molecola comprende più di un atomo, ciascuno degli atomi che entrano a far parte della molecola occupa un volume che è sempre minore di quello che occuperebbe se fosse libero.

Se ci serviamo della rappresentazione che si fa per l'ato-

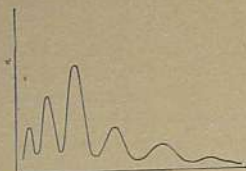



FIG. 15.

mo nella teoria ondulatoria, i vari strati elettronici vengono definiti come zone di maggiore densità per gli elettroni. Così se portiamo sulle ascisse di due assi coordinati le distanze contate dal centro del nucleo, e sulle ordinate delle grandezze proporzionate alla densità degli elettroni un atomo che comprende sei strati elettronici sarà rappresentato da una curva con sei massimi come nella figura 15.

Per il sodio e per il cloro avremo due curve con tre massimi, e per la molecola *Na Cl* si verifica una sovrapposizione analogamente alla figura 16.

Finalmente il volume dell'atomo dipende dalla temperatura. Esaminando un cristallo per mezzo di raggi X si può determinare, come è noto, non solo la distanza fra i centri

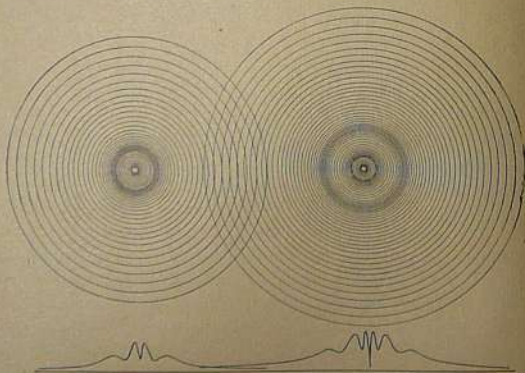



FIG. 16.

atomici, ma con una certa approssimazione anche le dimensioni dell'atomo, o il volume occupato dalla parte più diffrangente. Il BRAGG ha verificato in questo modo che mentre alla temperatura ordinaria le dimensioni dell'atomo di cloro si calcolava a $0,22 \times 10^{-8}$ cm. alla temperatura di 600° si doveva calcolare a $0,6 \times 10^{-8}$ cm.

63. **La stabilità del nucleo atomico.** — Diciamo stabilità dell'atomo la *resistenza* che l'atomo presenta *alla disgregazione*. Le forze che tengono uniti i corpuscoli integranti di un atomo sono forze elettriche e magnetiche. Noi conosciamo il modo di agire di queste forze nei fenomeni macroscopici che osserviamo nei corpi a dimensioni visibili e misurabili, e sogliamo estendere le leggi che in essi riscontriamo fino ai fenomeni della microstruttura dei corpi. Ma non sappiamo di fatto fino dove è giustificata questa estensione, anzi sappiamo che nel nucleo e nell'involucro degli atomi l'andamento dei fenomeni non corrisponde alle previsioni che si possono fare con la semplice estensione di quelle leggi.

Non abbiamo quindi altro modo di giudicare della stabilità dell'atomo se non dai fatti sperimentali.

E i fatti che qui ci interessano sono quelli che si riferiscono al nucleo atomico. È dalla *stabilità del nucleo* che dipende la stabilità dell'atomo, perchè se soltanto gli strati elettronici dell'involucro sono perturbati ma il nucleo resta integro, l'involucro si ricostruisce spontaneamente.

E quanto alla stabilità del nucleo le disgregazioni spontanee o artificiali dell'atomo si riferiscono sempre al nucleo. Quanto più facile è la disgregazione tanto minore è la stabilità dell'atomo.

Nelle sostanze radiattive si suole assegnare la *vita media* della sostanza col valore medio della vita o della persistenza dei suoi atomi, e questa grandezza che si suole indicare con θ è l'inverso della velocità di trasformazione della sostanza. A sua volta la *velocità di trasformazione* è il coefficiente λ che figura nella espressione che dà l'intensità

della proprietà radiattiva di una data sostanza in funzione della intensità iniziale, e del tempo, espressione esponenziale che si suole scrivere

$$I = I_0 e^{-\lambda t} .$$

La vita media è dunque data da

$$\vartheta = \frac{1}{\lambda}$$

Questo valore può rappresentare una misura della stabilità dell'atomo, perchè evidentemente la velocità di trasformazione è inversamente proporzionale alla stabilità dell'atomo.

Con la durata della vita media degli atomi radiattivi è legato il periodo di trasformazione, ossia il tempo che si richiede perchè la attività della sostanza si riduca ad una metà del valore iniziale. Anzi è dalla determinazione del periodo che si deduce la durata media della vita dell'atomo. Il periodo T di una sostanza radiattiva è legato alla durata ϑ della vita media dalla formola

$$T = \vartheta \log 2 \tag{72}$$

che si deduce immediatamente dalla definizione.

Ora il periodo delle sostanze radiattive varia entro limiti vastissimi, da una piccolissima frazione di secondo a miliardi di anni.

Se le proprietà radiattive si estendono a tutti gli elementi non lo sappiamo, ma è ragionevole ammettere che anche tra gli atomi di maggiore stabilità si verifichino disgregazioni spontanee.

Per ciò che riguarda la disgregazione artificiale, a parità di altre condizioni, la stabilità sarà inversamente proporzionale al numero di atomi realmente disgregati, o direttamente proporzionale alla energia che si deve adoperare per vedere iniziata la disgregazione

64. **La stabilità degli strati elettronici.** — Gli strati elettronici più facilmente esposti a perturbazioni sono naturalmente i più lontani dal nucleo. Questi subiscono una attrazione minore perchè il campo elettrico va diminuendo col crescere della distanza dal nucleo, sono i primi a ricevere energia che venga dall'esterno, e sono più sottoposti all'azione dei corpuscoli degli atomi vicini.

A mano a mano che si procede dagli atomi leggeri ai più pesanti i successivi strati elettronici che si vanno formando costituiscono uno schermo per gli strati più interni.

Da quanto conosciamo su la struttura atomica, in relazione alla tavola periodica degli elementi, sappiamo che il primo strato K più vicino al nucleo acquista la sua stabilità con due elettroni. In tutti gli atomi che conosciamo lo strato K non contiene che due elettroni.

Lo strato L si forma appena l'atomo possiede più di due elettroni estranucleari, e può contenere fino ad 8 elettroni. L'atomo più stabile che conosciamo tra quelli che posseggono due soli strati elettronici è il Neon con due elettroni nello strato interno K, ed otto elettroni nello strato esterno L.

Gli atomi che hanno una stabilità analoga a quella del neon sono i così detti gas nobili, argon, cripton, xenon, emanazione. Ciascuno di questi ha uno strato esterno di otto elettroni. La struttura dei vari strati per questi elementi è la seguente:

	K	L	M	N	O	P
He	2					
Ne	2	8				
A	2	8	8			
Kr	2	8	18	8		
X	2	8	18	18	8	
Em	2	8	18	32	18	8

Per gli elementi pesanti, con sette strati, non si conosce un elemento del tipo di gas nobile.

Ma nel formarsi di questi strati successivi, che costituiscono la forma più stabile, possono avvenire modificazioni nello strato immediatamente inferiore a quello in formazione, come si verifica ogni volta che nella tabella di MENDELEJEFF si incontra un gruppo di tre elementi fuori serie.

In ogni modo si può ritenere che la stabilità degli strati elettronici è una conseguenza della natura del campo formato dal nucleo, e quindi che l'atomo riprende spontaneamente la distribuzione più stabile, compatibile col campo nucleare.

65. **Ionizzazione degli atomi.** — L'edificio atomico completo possiede nell'involucro un numero di elettroni eguale al numero che misura la carica elettrica positiva del nucleo. Quindi elettricamente l'atomo completo è neutro.

Ma la stabilità degli strati elettronici che avvolgono il nucleo è ben piccola, specialmente per ciò che riguarda lo strato esterno. Avviene dunque facilmente qualche modificazione sia nella distribuzione che nel numero di elettroni dell'involucro.

Un atomo che ha perduto, o ha acquistato, qualche elettrone si dice ionizzato perchè ha acquistato una carica elettrica e quindi è divenuto un ione. Col perdere un elettrone l'atomo acquista una carica elettrica positiva unitaria perchè il numero delle cariche elettriche positive supera di una unità quello delle cariche negative. E analogamente se acquista un elettrone in più risulta carico di una unità elettrica negativa. Ma la ionizzazione può prodursi anche per un numero maggiore di unità elettriche.

Un atomo ionizzato suole indicarsi aggiungendo al simbolo atomico uno o più segni $+$, a guisa di esponente, se ha acquistato cariche elettriche positive, ossia se ha perduto elettroni; oppure uno o più segni — se ha invece acquistato elettroni. Così H^+, He^{++}, Hg^+, Hg^{++}, Ca^+, Ca^{++} indicano rispet-

tivamente l'atomo corrispondente con una o due cariche positive in eccesso, e S^-, S^{--}, As^-, As^{--} indicano atomi con una o due cariche elettriche negative in eccesso. Il nome di ione dice lo stato stesso del corpuscolo, cioè di essere in moto per effetto della sua carica elettrica ogni volta che si trovi in un campo di forza elettrica, e precisamente un ione positivo si muoverà lungo le linee di forza del campo, e nel senso stesso delle linee di forza, ossia dai punti di potenziale maggiore verso quelli di potenziale minore; i ioni negativi nel senso contrario.

Si suole indicare con e la carica elementare di elettricità, eguale in valore assoluto per il protone e per l'elettrone, il cui valore è stato dato al numero 54. Allora la carica di un ione positivo come Na^+, K^+, Ca^+, oppure Ca^{++}, Al^{+++} ecc. sarà espressa da $+e$, $+2e$, $+3e$ ecc. mentre per quelli negativi si deve porre il segno meno. La forza agente su un ione posto in un campo di intensità X sarà rispettivamente $+eX$, $+2eX$, oppure $-eX$, $-2eX$, ecc.

66. **Valenza atomica.** — Quando un atomo è ionizzato esso acquista una *valenza* misurata dal numero dei segni + o — messi al suo esponente. Nella distribuzione degli strati elettronici gli atomi che si trovano nella colonna 1, della tabella di MENDELEJEFF, hanno un solo elettrone nello strato esterno, quelli della colonna 2 hanno 2 elettroni esterni, e così via, quelli sotto la colonna 6 ne hanno 6, quelli sotto la 7 ne hanno 7.

Se teniamo presente che lo strato di 8 elettroni ha una stabilità molto grande se ne deduce che lo strato esterno tende a completarsi in 8 elettroni, quindi gli atomi con 7 o con 6 elettroni tendono ad assumere uno o due elettroni per completare il loro strato esterno. E d'altra parte gli atomi con uno o due elettroni nello strato esterno hanno poca probabilità di conservarlo perchè è naturalmente instabile.

Se confrontiamo questo stato di cose con le proprietà chimiche che conosciamo possiamo osservare che gli atomi

della prima colonna sono i metalli monovalenti, quelli della seconda metalli bivalenti, quelli della settima metalloidi monovalenti, quelli della sesta metalloidi bivalenti, e così via.

Ora *metallo monovalente* significa atomo con una valenza positiva, ossia con una carica elettrica positiva unitaria, ossia un atomo in cui le cariche elettriche positive superano di una unità quelle negative, in altri termini un atomo ionizzato positivamente con un sol segno +.

E se ci riferiamo alla distribuzione degli elettroni quei metalli sono appunto quelli che hanno un solo elettrone nello strato esterno. Quando questo elettrone sfugge all'attrazione del nucleo l'atomo diventa elettrizzato con una unità elettrica positiva in eccesso.

Analogamente per gli atomi della 2ª colonna. Se perdono ambo gli elettroni che si trovano nello strato esterno, essi diventano carichi di due unità elettriche positive, e quindi atomi metallici bivalenti.

Viceversa se un atomo della 7ª colonna riesce ad assorbire un elettrone e completare lo strato esterno con 8 elettroni, ad acquistare cioè la struttura del gas nobile, esso diventa ione con una unità elettrica negativa perchè contiene un elettrone in eccesso, e se quelli della 6ª colonna trovano i due elettroni mancanti allo strato esterno acquistano una doppia carica elettrica negativa perchè hanno due elettroni in eccesso. Sono dunque rispettivamente atomi metalloidi monovalenti, e bivalenti. E così via.

Ne segue che gli atomi metallici e metalloidi che sono completi nel loro edificio non posseggono nessuna valenza, ma per la natura dello strato esterno di elettroni essi acquistano facilmente una o più valenze positive perdendo uno o più elettroni (metalli), o una o più valenze negative assorbendo uno o più elettroni oltre i dovuti (metalloidi).

§ 3. — *L'atomo nelle combinazioni.*

67. **Affinità chimiche.** — Quanto s'è detto negli ultimi numeri del paragrafo precedente ci conduce allo studio delle combinazioni di atomi in molecole. Sappiamo che atomi di elementi diversi possono combinarsi per effetto di quella forza chimica che diciamo *affinità*.

La tendenza a completare lo strato elettronico esterno in un complesso di otto elettroni provoca la ionizzazione degli atomi e determina le combinazioni chimiche.

Gli atomi della prima colonna, con un elettrone nello strato esterno, quando fossero in presenza di atomi della settima colonna potrebbero saturarsi scambievolmente accoppiandosi, in modo cioè da completare uno strato esterno di 8 elettroni.

Ora l'affinità esiste appunto tra gli elementi della prima colonna, metalli monovalenti, e quelli della settima, metalloidi monovalenti, e analogamente per gli altri casi, e sembra dovuta alla tendenza degli edifici atomici a completare uno strato esterno di massima stabilità. E difatti gli atomi monovalenti positivi si accoppiano con atomi monovalenti negativi in modo che i due strati esterni si fondono in uno e questo risulta di otto elettroni ossia del massimo grado di stabilità. Altrettanto se un atomo di metallo bivalente si accoppia ad uno di metalloide bivalente.

Così le nuove conoscenze sulla struttura atomica ci permettono di render ragione di questa forza di affinità sulla natura della quale non si conosceva nulla fin ora.

Altre cause determinanti le combinazioni chimiche, e la preferenza per certi elementi piuttosto che per altri sono connesse con le altre caratteristiche atomiche. In generale può dirsi che, in presenza di varie combinazioni possibili tra atomi diversi, si formano quei composti che presentano una maggiore stabilità.

68. **La struttura della molecola.** — L'atomo ordinariamente non si presenta isolato se non nei processi chimici; negli stati stazionari è sempre associato ad altri atomi nella molecola, che è il minimo di una sostanza chimicamente definita. Se sono atomi dello stesso elemento che si uniscono per formare una molecola si ha la molecola di un corpo semplice, se sono atomi di diversi elementi la molecola appartiene ad un corpo composto.

Nell'uno e nell'altro caso la tendenza degli atomi ad unirsi in molecole è dovuta alla tendenza di conseguire una distribuzione elettronica di maggiore stabilità.

I composti più semplici, e quindi che meglio illustrano il modo con cui si combinano gli atomi, sono gli alogenuri nei quali un atomo di metallo monovalente si combina con un atomo di metalloide monovalente, per esempio Na^+ con Cl^-, K^+ con Br^-, oppure un atomo bivalente con due monovalenti, per esempio Ca^{++} con Cl^-, e così via.

In questi casi gli strati elettronici esterni del metallo e del metalloide si completano a vicenda per raggiungere il numero di otto elettroni, che, come s'è detto costituisce lo strato più stabile. D'altra parte dalle misure fatte sulle dimensioni dei reticoli cristallini si deduce che la somma dei raggi di due atomi isolati è maggiore della distanza fra due atomi successivi nel cristallo [1].

Possiamo dunque formarci un modello della costituzione della molecola dicendo che sotto l'azione delle forze scambievoli fra i due atomi affini questi si accoppiano fino all'intrecciarsi dello strato esterno, in modo che ne risulta uno strato comune ai due atomi con otto elettroni. In questa combinazione potranno in parte modificarsi anche i penultimi strati, ma difficilmente la modificazione penetrerà negli strati più interni. In ogni modo i nuclei di due o più atomi costituenti la molecola restano distinti e in parte almeno protetti dagli strati elettronici più interni.

Nei casi più complessi il fenomeno deve procedere in modo

[1] Vedi figura 16 numero 62, pag. 118.

analogo. In qualche aggruppamento potrà facilmente verificarsi la formazione di due strati elettronici comuni alla molecola, o due o più atomi di una molecola poliatomica risultare collegati da uno strato comune, e alla lor volta essere inclusi in un unico strato esterno molecolare.

Le ricerche che oggi si fanno sulla polarità delle molecole potranno condurre ad una maggiore determinazione sulla distribuzione dei nuclei atomici nella molecola del composto. Finora può dirsi che si riscontra di fatto una polarità di struttura nelle molecole, e questo è in accordo con quanto qui si è detto.

69. **Sulla permanenza dell'atomo nella molecola del composto.** — Il modello che ci siamo formato per la costituzione della molecola comprende due fatti che importa rilevare: una *modificazione* negli strati esterni degli atomi che entrano a far parte di una molecola, e una *permanenza* dei nuclei con gli strati elettronici più interni. Si ha dunque la formazione di una unità nuova: la molecola, che non è semplicemente l'accoppiamento di due o più atomi, ma è veramente un ente nuovo; d'altra parte gli atomi componenti restano in uno stato di minorazione, ma vicini alle condizioni dello stato libero.

Il problema metafisico della permanenza o no della forma sostanziale dell'atomo nella molecola del composto esula dal problema fisico, ma ciò che oggi sappiamo sulla formazione delle molecole può illustrare anche il lato metafisico del problema. La soluzione in un senso o nell'opposto dipende dalla definizione e precisazione del problema filosofico. Se le modificazioni subìte dall'atomo bastano per dire che l'atomo ha perduto la sua natura, allora esso non è presente nella molecola con la sua propria forma sostanziale, ma solo con la forma sostanziale della molecola.

Se poi le condizioni in cui l'atomo si trova nella molecola del composto non bastano per affermare che l'atomo ha perduto la sua natura e quindi la sua forma sostanziale, allora bisogna dire che l'atomo esiste ancora nella molecola ma sottoposto nel suo modo di agire ad una forma sostanziale di grado superiore.

In questo caso dunque si dovrebbe ammettere la possibilità della coesistenza di più forme sostanziali ma non indipendenti bensì subordinate. Nei corpi inorganici questa subordinazione si esaurisce in tre forme corpuscolo, atomo, molecola. Nei corpi organici la graduazione è più complessa: corpuscolo, atomo, molecola, cellula, individuo, e in ciascun grado la forma superiore governa le forme inferiori che ne costituiscono il complesso.

Nel concetto fisico sembra potersi rilevare che l'atomo conserva le sue proprietà essenziali, e quindi la sua natura. Infatti sembra doversi ritenere che le proprietà caratteristiche dell'atomo sono dovute al suo nucleo. E il nucleo resta nel composto con le sue proprietà specifiche; nelle sostanze radioattive si conservano le proprietà radioattive dei componenti, che sono proprie del nucleo, e altrettanto può dirsi per gli spettri caratteristici delle varie specie di atomi, e che provengono dalla parte più interna di essi.

70. **Le moli.** — I corpi che cadono sotto i nostri sensi sono sempre di dimensioni grandissime rispetto alle dimensioni delle molecole, e comprendono un numero di molecole straordinariamente grande. Sappiamo che le dimensioni delle molecole sono dell'ordine di ångstrom, ossia di cm. $\times 10^{-8}$, quindi una fila di molecole allineate che raggiunge la lunghezza di un centimetro deve contenere circa 100 milioni di molecole, e un centimetro cubico di un corpo, ne deve contenere un numero che si scrive con 24 cifre $(10^8)^3$ per i corpi solidi. Per i corpi gassosi sappiamo che un centimetro cubo di aria alla pressione ordinaria e alla temperatura di 0° contiene un numero di molecole espresso da 3×10^{19}.

Ma questo complesso di tante molecole non costituisce nessun nuovo composto, la natura di una sostanza inorganica non dipende dalle dimensioni del corpo, e si conserva inalterata fino alla suddivisione del corpo stesso nelle sue molecole, conforme alla definizione di molecola.

Un corpo dunque nelle dimensioni di quelli che cadono sotto i nostri sensi è niente altro che un aggregato di molecole,

senza che sopravvenga nessuna nuova forma sostanziale. Questo è ciò che chiamiamo *mole*.

Ciò che si può riscontrare nelle moli, oltre a ciò che è proprio delle molecole, è la forza di coesione, e in alcuni casi una forma geometrica speciale come avviene nei cristalli, e che deriva dalla forma stessa della molecola.

Bisogna notare che presso alcuni autori si attribuisce al nome di *mole* un significato più ristretto, e precisamente quello della quantità di una determinata sostanza contenuta in una *molecolagrammo*.

CAPITOLO QUARTO

La dinamica degli elettroni.

§ 1. — *Il gas elettronico.*

71. **Elettroni vaganti.** — Gli elettroni e i protoni che costituiscono l'atomo sono in modo diverso impegnati nell'edificio atomico. Mentre i protoni sono quasi concentrati in uno spazio minimo centrale, gli elettroni per la maggior parte formano una atmosfera distribuita a strati, alcuni dei quali sono ben lontani dal nucleo centrale. I moti orbitali degli elettroni intorno al centro di attrazione possono spesso divenire elittici a grande eccentricità, e quindi con facilità alcuni elettroni possono sfuggire all'attrazione del nucleo. Negli elementi metallici poi gli elettroni dell'ultimo strato sono in un campo di minima intensità, basta quindi una perturbazione piccolissima per sottrarli alla attrazione centrale.

Se poi gli atomi sono combinati in molecole, e le molecole agglomerate in moli, gli elettroni degli strati esterni di un atomo sono più facilmente sottoposti a perturbazioni e ad attrazioni esterne, per cui i vincoli che legano un elettrone al nucleo a cui appartiene divengono più instabili.

Nella massa di una mole, nei punti più lontani dai singoli nuclei vi sono sempre elettroni che subiscono contemporaneamente l'azione di vari nuclei, e tali azioni possono equilibrarsi in modo che l'elettrone acquisti una relativa libertà di moto.

Ciò si verificherà specialmente nelle sostanze in cui lo strato esterno elettronico è poco stabile, come negli elementi

della prima colonna, ossia nei metalli. In quelli invece della ultima colonna si avrà una tendenza dei nuclei a catturare gli elettroni vaganti per completare la propria stabilità.

L'escursione possibile degli elettroni sarà però limitata allo spazio occupato dal corpo, perchè è in questo spazio che si verifica lo stato di cose descritto. Quando un elettrone fosse pervenuto fino alla superficie libera di una mole non è più sottoposto ad attrazioni esterne, supponendo il corpo isolato, e subisce invece tuttora l'azione di forze che lo richiamano verso la massa del corpo.

Lo spazio contenuto entro la superficie esterna di un corpo è dunque uno spazio in cui possono esistere, ed in generale esistono, un certo numero di elettroni vaganti. Questi elettroni possono paragonarsi alle molecole di un gas racchiuso in un recipiente. L'analogia che a prima vista può apparire troppo ardita, esiste di fatto, e molti problemi si possono trattare lasciandosi guidare da questa analogia con la teoria cinetica dei gas.

72. **Strato superficiale nei conduttori.** — Il moto spontaneo degli elettroni nello interno della massa di un corpo conduttore, non sottoposto ad alcuna forza, resta libero ed uniforme, come per le molecole di un gas in equilibrio. Ma se gli elettroni pervengono alla superficie libera del corpo le condizioni di equilibrio non sussistono più, perchè mentre dall'esterno non agisce alcuna forza, dalla massa del conduttore invece si esercita una forza attrattiva dalle cariche positive che sono restate in eccesso sulle negative.

Gli elettroni dunque vengono arrestati nella loro corsa e costituiscono uno s t r a t o e l e t t r i c o n e g a t i v o sulla superficie del conduttore, mentre le cariche elettriche positive restate nella massa del conduttore formeranno un campo con un potenziale V che sarà l'eccesso del potenziale superficiale del metallo su quello dell'ambiente esterno.

Per estrarre dalla superficie metallica un elettrone, la cui carica elettrica sia e, si dovrà esercitare un lavoro eV.

In generale l'elettrone giungerà alla superficie del conduttore con una velocità che potremo indicare con v, e quindi con una forza viva data da $mv^2/2$. Se la velocità v è diretta verso l'esterno del metallo, e si verifica che

$$\frac{1}{2} mv^2 > eV \tag{73}$$

ossia se la forza viva è maggiore della energia potenziale che tende a trattenere l'elettrone, allora questo sfugge al metallo e penetra nell'ambiente esterno.

Si ha così quello che può chiamarsi una evaporazione spontanea di elettroni del metallo, per analogia a quello che avviene nelle molecole di un liquido.

Il potenziale V è in generale molto piccolo, dell'ordine di un volta, ma anche così è sufficiente a trattenere gli elettroni. Servendosi della 73) e ponendo per la velocità dell'elettrone quella normale che gli compete secondo il principio della equipartizione della energia, il valore che risulta per V è dell'ordine di 1/100 di volt, ossia basta qualche centesimo di volt per impedire all'elettrone di uscire.

La densità dello strato elettronico superficiale sarà diversa da un metallo all'altro perchè da un metallo all'altro varia il numero di elettroni liberi e la loro libertà di escursione. Corrispondentemente anche il potenziale V varierà da un metallo all'altro, a parità di altre condizioni.

Se dunque due metalli diversi vengono portati a contatto, nella zona di contatto esisterà una differenza di potenziale e quindi una forza elettromotrice che solleciterà gli elettroni ad uscire dalla superficie su cui il potenziale è minore, e penetrare nel metallo in cui il potenziale superficiale è maggiore [1].

[1] Ricordiamo che il senso in cui si sposta una carica elettrica positiva è dai punti di potenziale maggiore a quelli di potenziale minore, ma qui la carica elettrica è negativa, e quindi il moto avviene nel senso inverso.

È la elettricità di contatto del VOLTA, su cui è fondato il funzionamento della pila.

73. **Convezione elettrica.** — Il moto di elettroni costituisce un trasporto di cariche elettriche.

Finchè gli elettroni si muovono come le molecole in un gas in equilibrio, lo stato del corpo, come quello del gas, resta stazionario. Le molecole di un gas in equilibrio sono infatti animate da velocità variabile dall'una all'altra, tanto in grandezza quanto in direzione, ma la velocità media resta costante finchè non cambiano le condizioni del gas: pressione e temperatura. Quindi scelta in un modo qualunque una superficie piana σ disposta in un modo qualunque nello spazio occupato dal gas, il numero di molecole che in ciascuna unità di tempo attraverserà σ in un senso, sarà eguale a quello che l'attraverserà nel senso opposto. Se così non fosse si dovrebbe arguire alla presenza di una forza che spinge le molecole in una determinata direzione, il che abbiamo escluso supponendo il gas in equilibrio.

FIG. 17.

Altrettanto dovrà dirsi per il gas elettronico contenuto in un corpo.

Ma supponiamo che si manifesti una forza elettrica in una determinata direzione. Sia per esempio il corpo C, – fig. 17 – che contiene il gas elettronico, un conduttore di forma cilindrica, e le due basi P e P' si trovino a diversi potenziali V_1 e V_2 e precisamente V_1 sia maggiore di V_2. Si desta allora una forza elettrica nel senso che va da sinistra verso destra, e il moto degli elettroni sarà sottoposto alla azione di questa forza. Sia s la sezione del cilindro, e X sia la intensità della forza. In queste condizioni gli elettroni mobili si sposteranno lungo il cilindro parallelamente all'asse nel senso opposto a quello della forza, ossia da destra verso sinistra, perchè la loro carica è negativa.

Sotto l'azione del campo X essendo e la carica elettrica di un elettrone l'intensità dell'azione subìta dagli elettroni sarà eX, e quindi l'accelerazione che essi acquisteranno sarà proporzionale alla intensità della forza. Dalle formole della meccanica elementare sappiamo che se m è la massa d'inerzia del corpuscolo si dovrà avere

$$\alpha m = eX$$

chiamando con α l'accelerazione. Ma ciò varrebbe se il moto del corpuscolo fosse libero. Nelle condizioni in cui si trovano gli elettroni l'accelerazione α comunicherà agli elettroni una determinata velocità compatibile con la difficoltà del loro moto. Anche nei gas le cose procedono così. Basta pensare al moto delle goccie di pioggia che raggiungono una velocità uniforme e costante benchè siano sottoposte al campo della gravità.

Chiamiamo dunque con v la velocità acquistata dagli elettroni. Sarà una velocità variabile ad ogni istante, e da elettrone ad elettrone secondo gli urti e le difficoltà di moto, ma si potrà considerare un valore medio ed eguale per tutti gli elettroni. Allora il numero di elettroni che passeranno attraverso la superficie s in un secondo sarà eguale al numero di elettroni liberi esistenti nel cilindro in una lunghezza eguale a v. Ora il volume di questa zona di cilindro sarà vs, e se diciamo N il numero di elettroni liberi esistenti in ciascuna unità di volume, il numero totale di elettroni che in un secondo passerà attraverso una sezione s sarà svN.

E poichè ogni elettrone trasporta una quantità di elettricità e così la quantità di elettricità che passerà attraverso una sezione s in un secondo sarà $svNe$.

Per definizione questa quantità è ciò che prende il nome di *intensità* di corrente elettrica, e potremo scrivere

$$I = svNe \quad (74)$$

74. Conducibilità elettrica. — Possiamo esplicitare l'azione del campo elettrico esprimendo il valore che acquista la

velocità v degli elettroni nella direzione del campo. Se gli elettroni fossero liberi la velocità v sarebbe data dal prodotto αt in cui α è l'accelerazione prodotta dal campo, e quindi $\alpha = eX/m$. Nel caso reale il moto dell'elettrone non è libero, ma la velocità media v resterà proporzionale alla intensità X del campo, per cui potrà porsi

$$v = \mu X$$

indicando con μ il coefficiente di quella proporzionalità.

L'intensità della corrente elettrica nel cilindro di sezione s sarà dunque

$$I = svNe = sNe\mu X \ .$$

Il coefficiente μ rappresenta la facilità con cui gli elettroni si spostano nel cilindro, e può chiamarsi la loro *mobilità*. Evidentemente la mobilità dipende dalla natura della sostanza di cui è fatto il cilindro, e altrettanto dovrà dirsi del numero N. Se indichiamo con c il prodotto μN, ossia se poniamo

$$c = N\mu$$

la grandezza c è caratteristica del corpo, ed è ciò che suol chiamarsi la sua *conducibilità elettrica*., e il suo inverso

$$r = \frac{1}{c} = \frac{1}{N\mu}$$

è ciò che prende il nome di *resistenza* elettrica.

La conducibilità c che abbiamo introdotto è quella che corrisponde ad una unità di superficie perchè il numero N corrisponde all'unità di volume. Altrettanto deve dirsi per la resistenza r che è quindi la resistenza specifica, ossia relativa all'unità di superficie della sezione.

La conducibilità totale del cilindro di sezione s sarà data da

$$C = cs$$

e corrispondentemente la resistenza totale R sarà data da

$$R = \frac{1}{C} = \frac{1}{N\mu s}$$

e la intensità I della corrente che attraversa la sezione s del cilindro sarà

$$I = CXe = \frac{Xe}{R} \quad (75)$$

E poichè Xe è la forza elettromotrice, questa ultima formola è l'espressione della legge di OHM.

75. Corrente di spostamento. — Fin qui si è supposto che gli elettroni posseggano una certa libertà per spostarsi da un punto all'altro del cilindro. Ciò vale per gli elementi delle prime colonne della tabella atomica per i quali gli elettroni dello strato esterno sono facilmente asportabili, e sono i metalli, e son detti per ciò corpi conduttori.

Per gli elementi delle ultime colonne non esiste questa libertà di movimento degli elettroni, anzi gli elettroni vaganti che si trovassero nella massa del corpo verrebbero facilmente catturati per completare lo strato elettronico esterno. Sono i corpi conosciuti come isolanti.

In questi la forza X di un campo elettrico formato ancora da due piatti P e P' caricati ad una differenza di potenziale $V_1 - V_2$, si farà ancora sentire, ma non potrà produrre che una orientazione dei corpuscoli, nel senso che i corpuscoli negativi tenderanno a orientarsi verso il piatto positivo, o a potenziale maggiore, e i positivi dalla parte opposta. Si può

dunque anche qui riconoscere una corrente istantanea che dura quanto dura l'orientamento provocato dal campo, ed è ciò che si suol chiamare *corrente di spostamento*. È chiaro che la intensità della orientazione nei due sensi sarà tanto più grande quanto più intenso è il campo, ossia quanto più grande è la differenza di potenziale $V_1 - V_2$, e a parità di potenziali, quanto più è piccola la distanza tra i due piatti che formano il condensatore.

76. **Induzione elettrostatica**. — Abbiamo supposto che nel caso del corpo conduttore il moto degli elettroni possa continuarsi indefinitamente, ciò richiede che gli elettroni che si vengono ad accumulare verso l'estremo positivo del conduttore possano essere asportati, e corrispondentemente all'altro estremo se ne possa fornire altrettanti che compensino l'esodo dei primi. È ciò che si fa in un circuito chiuso quando si include una pila elettrica, o un'altra sorgente di elettricità. Allora la corrente seguiterà a circolare finchè la pila, o in generale, la sorgente non si esaurisce.

FIG. 18.

Ma supponiamo che il cilindro conduttore sia limitato alle due basi A e B poste di fronte ai due piatti P e P' del condensatore. Il campo elettrico provocherà il moto degli elettroni, ma questo si esaurirà quando tutti gli elettroni liberi si saranno concentrati verso la base A che guarda il piatto P positivo.

Dall'altra parte, verso la base B, saranno restati i ioni positivi, ossia gli atomi ai quali è sfuggito qualche elettrone.

Si ha dunque una condensazione di elettricità negativa di fronte al piatto positivo, o in generale di fronte al piatto il cui potenziale V_1 è maggiore del potenziale dell'altro V_2, e una condensazione di elettricità positiva di fronte al piatto negativo.

È il fenomeno conosciuto col nome di influenza o *induzione elettrostatica*.

77. Convezione di calore. — Il moto degli elettroni nella massa del conduttore può assumere una direzione prevalente anche in assenza di una forza elettrica; una differenza di condensazione nel gas elettronico in una parte del conduttore, o una differenza di temperatura, determina in generale una corrente di elettroni che tende a ristabilire l'equilibrio dinamico, o l'equilibrio termodinamico.

La differenza di concentrazione si riconduce alla esistenza di un campo elettrico che si sia formato nella massa stessa del conduttore.

La differenza di temperatura non costituisce un campo elettrico, anzi piuttosto ne diventa la causa.

Da quanto sappiamo per la teoria dei gas una differenza di temperatura in un corpo, e quindi anche differenza di quantità di calore, è connessa con una differenza di energia cinetica. La parte del corpo più calda contiene corpuscoli con una forza viva, e quindi con una velocità, più grande di quella posseduta dai corpuscoli contenuti nella parte fredda.

La maggiore velocità provoca a sua volta una maggiore mobilità, ossia una maggiore facilità di spostamento in una determinata direzione. Questa mobilità non sarà la stessa che abbiamo trovato nel caso di esistenza di una forza elettrica, perchè allora la mobilità μ era dovuta ad una accelerazione prodotta dalla forza del campo elettrico, qui invece è conseguenza della maggiore energia cinetica posseduta dalle particelle.

Come effetto di questo stato di cose si avrà dunque una emigrazione di elettroni dalla parte più calda a quella meno calda, e con ciò una vera *convezione* di calore. Questa convezione non toglie che si verifichi anche una vera conduzione di calore nella massa metallica, perchè i corpuscoli più inerti, gli atomi o le molecole, della parte più calda, comunicheranno un accrescimento di quantità di moto ai corpuscoli vicini con i loro urti, e quindi la maggiore energia cinetica della parte più calda si andrà comunicando a quella più fredda fino all'equilibrio.

Il trasporto di elettricità, e quello di calore, dovuto al moto degli elettroni sono regolati dalla legge di WIEDEMANN

e FRANZ secondo la quale il rapporto fra i due coefficienti di conducibilità è lo stesso per tutti i corpi, ossia è indipendente dalla natura del conduttore, e solo dipende dalla temperatura assoluta del corpo.

Bisogna tener presente che se in un corpo, che inizialmente ha lo stesso potenziale elettrico in tutta la sua massa, si produce in qualche modo una differenza di temperatura, la corrente elettronica che ne è conseguenza costituisce una vera corrente elettrica, e reciprocamente una corrente elettrica può provocare fenomeni termici. A queste azioni reciproche del calore e della elettricità, esercitate dal moto dei corpuscoli, sono dovuti e l'effetto THOMSON e l'effetto PELTIER.

78. **Fenomeni elettromagnetici.** — Anche la presenza di un campo magnetico può provocare una corrente nel gas elettronico.

È noto che intorno ad un filetto di corrente elettrica si forma un campo magnetico in cui le linee di forza sono cerchi giacenti nel piano perpendicolare al filo di corrente, e il senso del moto che un polo magnetico libero assumerebbe in questo campo è assegnato dalla nota regola di AMPÈRE. Reciprocamente intorno ad un polo magnetico un elemento di corrente elettrica viene spostato in modo che tenderebbe a girare in un piano perpendicolare alle linee di forza magnetiche. Il senso della rotazione si deduce dalla regola di AMPÈRE, e si suol assegnare con la nota regola della mano sinistra, e cioè se la mano sinistra aperta è disposta in modo da opporre la palma alle linee di forza del campo magnetico, e l'indice è disposto nel senso della corrente, allora il pollice, ad angolo retto con l'indice e sempre sul piano della palma, determina il senso dello spostamento pel filetto di corrente. Ora un elettrone in moto costituisce un trasporto di carica elettrica, e quindi equivale ad un filetto di corrente. Nel gas elettronico ogni elettrone, nel suo tratto di cammino libero, produce un elemento di corrente elettrica. Se dunque un conduttore è immerso in un campo magnetico, il moto libero degli elettroni

viene sottoposto alla forza deviatrice del campo, e l'azione di questa si manifesterà in una tendenza a curvare tutte le traiettorie elementari dei corpuscoli nel piano e nel senso voluto dal campo. Naturalmente nel determinare il senso dello spostamento bisogna tener presente che il moto di un elettrone in un determinato senso equivale ad una corrente elettrica nel senso contrario, perchè il senso della corrente sogliamo assegnarlo dal moto delle cariche positive, mentre l'elettrone possiede una carica negativa.

Il fenomeno che così si verifica è quello noto sotto il nome di *correnti di Foucault*, e si destano spontaneamente in una massa metallica allo spostarsi delle linee di forza di un campo magnetico. Queste correnti acquistano grande importanza quando si tratta di campi intensi, e di masse grandi, e quindi bisogna tenerne conto nella costruzione delle macchine a funzione elettromagnetica.

È evidente che se invece del caso di un gas elettronico libero si dovesse tener conto di correnti elettriche propriamente dette, o di circuiti opportunamente disposti, l'effetto del campo magnetico acquista una importanza primaria e si manifesta in tutti i fenomeni di induzione elettromagnetica sui quali sono basate le più grandi applicazioni dell'elettricità. A questa azione del campo magnetico sul moto dei corpuscoli elettrizzati sono anche connessi gli altri effetti elettromagnetici di seconda specie come sono l'effetto Hall, l'effetto Corbino, l'effetto Ettinghausen e l'effetto Righi.

§ 2. — *Elettroni oscillatori.*

79. I moti elettronici nell'interno dell'atomo. — Il moto degli elettroni considerati con analogia alle molecole di un gas è ciò che si verifica nei corpi conduttori nei quali esiste sempre un certo numero di elettroni vaganti, e negli spazi interatomici. Negli altri il moto viene limitato allo spazio occupato dall'atomo, ossia negli spazi intraatomici.

Nell'interno dell'atomo, come s'è visto, un certo numero di elettroni è legato ai protoni che formano il nucleo e di questi non possiamo conoscere che il moto del nucleo come un tutto, gli altri, e precisamente in numero eguale al numero atomico, formano l'involucro atomico, ed in esso si verificano i moti oscillatori che danno luogo ai principali fenomeni della emissione.

Abbiamo già visto nel numero 56 che l'elettrone esistente nell'involucro si può considerare come un corpuscolo materiale sottoposto ad una forza centrale, e quindi studiarne i possibili moti in analogia col moto dei pianeti intorno al sole.

In realtà il moto sarà molto più complesso perchè insieme alla forza attraente del nucleo esistono le forze ripulsive che esercitano gli elettroni fra loro.

Gli elettroni nell'involucro sono distribuiti a strati, e gli strati conservano una grande stabilità. Ciò semplifica il problema nel senso che un elettrone che appartenga ad un determinato strato, per esempio allo strato N, si può considerare come sottoposto ad un campo centrale che sia risultante dalla attrazione del nucleo e dalla ripulsione degli strati interni M, L, K che costituiscono una specie di schermo stabile al nucleo, ma esistono sempre le azioni degli elettroni appartenenti allo stesso strato, e quelli degli altri strati esterni.

Inoltre nel moto orbitale degli elettroni può verificarsi che un elettrone penetri in uno strato interno, od in uno strato esterno, e ne sia catturato, con una conseguente perturbazione della distribuzione di energia intraatomica.

Perturbazioni nei livelli di energia possono anche esser prodotti da penetrazione di energia dall'esterno all'interno dell'atomo.

Questi cenni possono bastare per formarsi una idea delle complicazioni che assume il problema del moto oscillatorio di un elettrone nell'interno dell'atomo. La teoria è ancora lontana dal saperci dare la via per la soluzione di problema così complesso. L'avere abbandonato la teoria dei quanti per seguire la teoria ondulatoria è in parte dovuto alle difficoltà che si in-

contrano nel seguire il moto dei singoli elettroni, e alla speranza di trovar più facile soluzione in una teoria spaziale piuttosto che corpuscolare.

Nei numeri successivi ci limiteremo ad alcune questioni più semplici che illustrano sufficientemente il problema nei limiti che ci siamo proposti.

80. **L'energia dell'elettrone ruotante.** — Il moto di un corpo sottoposto ad una velocità iniziale e ad una forza centripeta riferito a due assi ortogonali x e y con origine nel centro di figura, si può sempre esprimere con le due equazioni

$$76)\qquad \begin{aligned} x &= a \cos \omega t \\ y &= b \operatorname{sen} \omega t \ . \end{aligned}$$

queste ci dicono che il moto orbitale del punto attratto è la sovrapposizione di due moti sinusoidali ad angolo retto, aventi ampiezze diverse, a e b, ma la stessa frequenza ω che è legata alla durata T di una oscillazione completa della eguaglianza

$$77)\qquad \omega = \frac{2\pi}{T} \ .$$

Dalle 76) eliminando la variabile t si ottiene l'equazione della traiettoria elittica

$$78)\qquad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

in cui a e b sono i semiassi della elisse.

Nel caso speciale in cui le due ampiezze a e b fossero eguali la traiettoria è un cerchio

$$79)\qquad x^2 + y^2 = r^2$$

dove r è il valore comune delle due ampiezze e quindi il raggio del cerchio.

In questo caso la ω è la velocità angolare, mentre la velocità del punto che percorre il centro è

80) $$v = \omega r \ ,$$

e

81) $$\frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

è l'accelerazione centripeta.

La forza centrale di attrazione sarà data dal prodotto della massa d'inerzia del corpo ruotante per questa accelerazione, ossia $m\,\omega^2 r$, e nel caso attuale questa forza sarà quella data dalla legge di COULOMB, come s'è già visto nel numero 56, ossia sarà

$$m\omega^2 r = \frac{eE}{r^2} \ .$$

Abbiamo anche visto come si può calcolare, nell'ipotesi quantistica l'energia del corpuscolo ruotante, e abbiamo trovato che indicando con W l'energia totale e con W_p e W_c rispettivamente l'energia potenziale e l'energia cinetica, si può porre

$$W = W_p + W_c = -\frac{2\pi^2 m\, e^2 E^2}{n^2 h^2}$$

in cui n è un numero intero di quanti corrispondente all'orbita circolare, e può prendere tutti i valori positivi 1, 2, 3, ...

Sostituendo ad n i valori che esso può assumere, ed assegnando come indice lo stesso numero alla energia W avremo i valori possibili per l'energia

$$W_1 = -\frac{2\pi^2 m\, e^2 E^2}{h^2}$$

$$W_2 = -\frac{2\pi^2 m\, e^2 E^2}{4h^2}$$

$$W_3 = -\frac{2\pi^2 m\, e^2 E^2}{9h^2}$$

. . . .

che misurano l'energia dei vari livelli corrispondenti ai quanti $n=1$, $n=2$, $n=3$ ..., livelli che a loro volta appartengono rispettivamente agli strati K per $n=1$, L per $n=2$, M per $n=3$, ecc.

Se l'orbita non è circolare il numero quantico è quello che si dice quanto *totale* ed è la somma di un quanto radiale più un quanto azimutale. Le varie combinazioni che si possono verificare dànno luogo ai sottogruppi che si riscontrano per i valori di uno stesso quanto globale n ossia ai sottogruppi esistenti negli strati K, L, M, ecc. [1].

81. **Passaggio da un livello ad un altro.** — Le molteplici perturbazioni che si verificano nell'interno dell'atomo, o che sono provocate da energia che giunga dall'esterno, possono portare un elettrone da un livello di energia ad un altro con perdita o guadagno di energia. Teniamo presente che le forze del campo tendono a portare l'elettrone verso l'interno, e che l'energia totale è negativa, e in valore assoluto è tanto maggiore quanto più piccolo è il quanto n.

Se indichiamo con gli indici i ed f lo stato iniziale e finale dell'elettrone che passa da uno strato ad un altro, la perdita o il guadagno di energia si potrà esprimere con la differenza di energia dei due strati: così possiamo porre

$$82)\quad dW = W_i - W_f = -\frac{2\pi^2 m e^2 E^2}{h^2}\left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2}\right).$$

Allora se $n_f > n_i$ ossia se l'elettrone passa da uno strato interno ad uno esterno, il binomio a secondo membro è positivo e la differenza dW sarà negativa. Ciò significa che l'elettrone ha bisogno di energia dal di fuori per passare da uno strato interno ad uno esterno.

Viceversa se $n_f < n_i$ il dW sarà positivo e l'elettrone lascerà libera una certa quantità di energia.

(1) Vedi tabella a pag. 108.

Naturalmente questa energia richiesta o liberata, sarà compensata da una variazione in senso contrario che si verifichi in altri elettroni, se il fenomeno resta intraatomico, oppure da energia che venga dall'esterno, o energia che viene lanciata dall'interno all'esterno.

Il caso in cui il compenso si faccia nell'interno dell'atomo non ha importanza per noi perchè non produce nessun effetto sensibile.

Il caso più importante è quello in cui la variazione di energia abbia riscontro nella energia estraatomica. Allora il passaggio da uno strato interno ad uno esterno porta seco un assorbimento di energia che può giungere all'elettrone sotto forma di energia raggiante, mentre la caduta dell'elettrone da uno strato esterno ad uno interno, che è nel senso delle forze agenti nel campo, può liberare energia raggiante che uscirà dall'atomo, ossia costituisce una emissione.

82. **La frequenza nella ipotesi quantistica.** — Il meccanismo dell'assorbimento o della emissione di energia in relazione ai moti rotatori dell'elettrone nei vari strati dell'involucro, non ci è noto.

Si potrebbe pensare che un elettrone ruotante intorno al nucleo provochi un moto ondulatorio nello spazio in cui è immerso, e la frequenza di questo moto coincida con quella delle rivoluzioni orbitali. Ma questa ipotesi non è accettata dai fisici moderni perchè questa emissione di energia allo spazio ambiente dovrebbe provocare una perdita continua di energia dell'elettrone, in modo che questo finirebbe col cadere nel nucleo, analogamente al caso di un pianeta la cui velocità orbitale venisse diminuendo per la resistenza che incontrasse nel suo moto, e che perciò finirebbe col cadere sul sole.

Si deve inoltre tener presente che non ogni spostamento elettronico nell'interno dell'atomo si manifesta con uscita o entrata di energia dall'esterno, perchè l'energia corrispondente può essere compensata da uno scambio interno.

Se introduciamo ancora l'ipotesi quantistica dobbiamo esprimere che l'emissione o l'assorbimento di energia si fa sempre

per quanti, e quindi la differenza tra il valore iniziale dell'energia posseduta dall'elettrone e il valore finale è un quanto di energia della forma $h\nu$ [1], ossia il prodotto del quanto di azione per la frequenza. Si dovrà dunque porre

$$dW = h\nu$$

ossia

$$h\nu = -\frac{2\pi^2 m e^2 E^2}{h^2}\left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2}\right) \tag{83}$$

in cui la ν è la frequenza della energia raggiante che compensa la variazione di energia totale dell'elettrone, ossia la frequenza dell'energia assorbita o emessa dall'elettrone. Isolando il valore di ν e invertendo il segno del binomio per sopprimere il segno negativo del secondo membro potremo scrivere.

$$\nu = \frac{2\pi^2 m e^2 E^2}{h^3}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right). \tag{84}$$

83. La formola di Balmer. — Il caso che abbiamo preso in considerazione è il caso più semplice di un elettrone unico, e quindi si riferisce direttamente all'atomo di idrogeno.

In questo caso la carica elettrica E del nucleo è eguale in valore assoluto a quella dell'elettrone, quindi il prodotto $e^2 E^2$ si può scrivere semplicemente con e^4.

Poniamo

$$R = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^3} \tag{85}$$

allora l'ultima formola si scrive semplicemente

$$\nu = R\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right). \tag{86}$$

[1] Vedi formola 13.

Consideriamo il caso in cui l'elettrone liberi una certa quantità di energia. Secondo quanto s'è detto nel numero 81, ciò si verificherà quando $n_f < n_i$, e quindi il binomio è positivo. La formola ci dice che l'energia emessa dall'elettrone che cade da uno strato esterno su uno più interno emette energia raggiante di frequenza ν data da una costante R moltiplicata per la differenza fra gli inversi dei quadrati di due numeri interi.

La 86) è dunque la nota formola di BALMER che dà i possibili valori della frequenza per l'energia emessa da un elettrone che passi da uno strato cui corrisponde un quanto n_i ad uno di quanto n_f.

Il valore di R dato dalla 85) quando si pongano per e, m, h, i loro valori, risulta

$$R = 3.27 \times 10^{15} \text{ sec}^{-1} \tag{87}$$

che è la frequenza calcolata per numero di vibrazioni in un secondo. Se si vuole invece esprimere per numero di lunghezze d'onda esistenti in una lunghezza unitaria, un centimetro, basterà dividere quel numero per il cammino che fa l'energia in un secondo ossia per $c = 3 \times 10^{10}$ e si ha

$$R = 1.09 \times 10^{5} \text{ cm}^{-1} \tag{88}$$

che corrisponde assai bene col valore dato empiricamente dal BALMER dall'esame delle strie emesse dall'idrogeno.

Per passare dal caso dell'idrogeno a quello di atomi più complessi si dovrà introdurre il numero atomico Z e porre nella formola 84), al posto di E il suo valore $E = Ze$

Analogamente si può procedere per il caso di orbite elittiche.

Abbiamo visto [1] che l'energia W dell'elettrone che percorre un elisse prende la stessa forma di quella che si aveva

[1] Vedi numero 57.

per l'orbita circolare, con la sola differenza che invece di un unico quanto n si doveva considerare la somma di due quanti, il quanto radiale e il quanto azimutale [1]. Il passaggio da uno strato ad un altro darà una variazione di energia dW che si esprimerà analogamente alla formola 82) con

$$89)\quad dW = W_i - W_f = -\frac{2\pi^2 m e^2 E^2}{h^2}\left(\frac{1}{(n_r+n_\varphi)_i^2} - \frac{1}{(n_r+n_\varphi)_f^2}\right)$$

indicando ancora con gli indici i ed f i valori corrispondenti allo strato iniziale e a quello finale. Anche qui ponendo che questa energia sia compensata da energia raggiante potremo porre $dW = h\nu$, e, per il caso di energia liberata dall'elettrone, scrivere

$$\nu = \frac{2\pi^2 m e^2 E^2}{h^3}\left(\frac{1}{(n_r+n_\varphi)_f^2} - \frac{1}{(n_r+n_\varphi)_i^2}\right).$$

Per l'idrogeno ponendo $E = e$ ed introducendo la costante R avremo ancora

$$90)\quad \nu = R\left(\frac{1}{(n_r+n_\varphi)_i^2} - \frac{1}{(n_r+n_\varphi)_f^2}\right).$$

84. **La variazione di massa dell'elettrone.** — Nel determinare l'orbita di un elettrone ruotante intorno al nucleo, e l'energia che gli corrisponde, abbiamo supposto che l'elettrone possedesse una massa costante che abbiamo indicato con m.

La massa d'un corpo, come sappiamo, è la misura della sua inerzia, ed è eguale al rapporto tra l'intensità della forza che si applica al corpo, e l'accellerazione che il corpo ne riceve. Ora l'elettrone è un corpuscolo elettrizzato, e quindi forma un campo intorno a se, ossia per una certa estensione intorno ad esso si fa sentire la forza elettrica. Se l'elettrone si sposta

[1] Vedi formola 71.

anche il suo campo si sposta, e tanto il corpuscolo quanto il campo offrono una resistenza al moto. Ne segue che per comunicare al corpuscolo di massa m una accellerazione a non basta applicare ad esso una forza tale che sia

$$f = am$$

come si avrebbe se il corpuscolo non possedesse un campo intorno a se, ma la forza che si deve applicare deve, insieme alla accellerazione a per la massa m, comunicare una eguale accellerazione al campo. Ciò equivale a dire che la resistenza propria del corpuscolo è aumentata per il fatto che il corpuscolo è elettrizzato, e quindi che la sua massa d'inerzia totale sarà data dalla inerzia che il corpuscolo possiede mentre è in quiete, e che vogliamo indicare con m_0, più una inerzia dovuta al campo elettromagnetico, e che indicheremo con μ. La inerzia di un corpuscolo in moto sarà dunque

$$m = m_0 + \mu . \tag{91}$$

Finchè il corpuscolo si muove di moto uniforme la massa non entra in considerazione se non nel calcolo della quantità di moto, e della energia, ma nelle variazioni di velocità si dovrà tener conto della inerzia totale del corpuscolo, ossia di quella propria più quella del suo campo.

Per avere una idea di questa inerzia, che si aggiunge a quella propria del corpuscolo, si può pensare al moto di un corpo in seno ad un fluido; una certa quantità del fluido prenderà parte al moto del corpo e costituirà come un aumento di massa del corpo.

Le variazioni di velocità poi, ossia le accelerazioni del corpuscolo, possono essere di due specie, variazione di velocità nella direzione stessa in cui avviene il moto, ossia *accelerazione longitudinale*, e variazione di direzione della velocità, ossia *accelerazione trasversale*. Se il corpuscolo può paragonarsi ad una sfera le due variazioni trovano una stessa inerzia, ma se la forma non

è sferica la resistenza ad una variazione di moto potrà essere diversa secondo che è in una direzione piuttosto che in un'altra. Anche in questo esiste analogia con quello che avviene per il corpo immerso nel fluido. Se il corpo è sferico la resistenza che esso trova al moto è la stessa qualunque sia la direzione del moto, ma se fosse un elissoide, o un cilindro, o un disco, altra è la resistenza che trova a muoversi nella direzione dell'asse maggiore, altra quella che trova in una direzione perpendicolare a quella.

Fig. 19.

Ora il campo d'un elettrone in quiete si può considerare come sferico, ma quello di un elettrone in moto acquista una forma elissoidica in cui l'asse minore è nella direzione del moto. Ne segue che una variazione di velocità trova minor resistenza se è nel senso perpendicolare al moto, ossia trasversale, di quello che sarà per una variazione longitudinale; in altri termini la massa longitudinale è sempre maggiore della massa trasversale.

Se poniamo

$$\alpha = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

in cui v è la velocità del corpuscolo e c quella dell'energia raggiante, l'espressione della massa di inerzia del corpuscolo in funzione della sua velocità si suol porre sotto la forma

$$m = \frac{m_0}{\alpha} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{92)}$$

E poichè α è una grandezza minore dell'unità si può sviluppare in serie il fattore di m_0 ponendo

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} - \frac{3}{8}\frac{v^4}{c^4}\ldots$$

e trascurando le potenze superiori alla seconda si avrà

$$93) \qquad m = m_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right)$$

Questo valore della massa è quello conosciuto sotto il nome di massa di MAUPERTUIS.

I due valori poi, per la massa longitudinale e per la massa trasversale saranno

$$94) \qquad m_L = \frac{m_0}{\alpha^3} \quad ; \quad m_T = \frac{m_0}{\alpha} .$$

85. **Effetto della variazione di massa sull'orbita elettronica.** — La variazione della massa totale d'inerzia è connessa come s'è visto con la velocità dell'elettrone; per costante velocità si avrà costante massa. Per un elettrone che ruoti in torno al nucleo su un'orbita circolare non esisterà dunque variazione di massa. Ma se l'elettrone percorre un'orbita elittica esso passerà per punti diversi del campo e con velocità diversa, minore nell'afelio, maggiore nel perielio. E queste variazioni saranno tanto più sensibili quanto più grande è l'eccentricità dell'orbita.

FIG. 20.

Con la variazione della massa è connesso uno spostamento nel perielio dell'orbita, e precisamente il perielio avanza. L'orbita dunque non è una curva chiusa, ma è rappresentabile da un elisse il cui asse maggiore va ruotando intorno al fuoco.

Il SOMMERFELD ha dimostrato che questo spostamento dà ragione della struttura fine, ossia del fatto che le strie di emissione connesse ai moti elittici degli elettroni vengono a separarsi in più strie vicinissime, quasi una separazione di strie ottenute con mezzi di osservazione più potenti.

§ 3. — *Fasci di elettroni.*

86. **Varie forme di emissione di elettroni.** — Gli elettroni che formano l'involucro atomico sono più o meno legati al nucleo secondo che si trovano in strati più o meno vicini, e nel caso di atomi metallici si ha sempre uno strato esterno molto instabile, e dal quale con facilità viene liberato qualche elettrone.

Da un corpo isolante con molta difficoltà potrebbero estrarsi elettroni perchè nella massa del corpo isolante gli elettroni che si trovassero liberi vengono rapidamente attratti dallo strato atomico esterno che tende a completarsi. Si può però anche da un corpo isolante avere una proiezione di elettroni se si provoca in qualche modo lo sgretolamento degli atomi. Quando una particella alfa emessa da una sostanza radiattiva passa attraverso l'aria, o attraverso un gas qualunque, molti miliardi di atomi vengono attraversati, e quindi sulla traiettoria del proiettile un numero grandissimo di elettroni vengono dispersi. Su questa liberazione istantanea di elettroni è fondato il metodo di WILSON per rendere visibile il cammino della particella alfa attraverso l'aria, perchè se l'aria contiene una certa quantità di vapor acqueo, una istantanea diminuzione di pressione provoca una rapida condensazione di vapor acqueo intorno agli elettroni, e le bollicine microscopiche che così si formano costituiscono un filetto di nebbia nettamente visibile nell'aria.

Da una massa metallica è più facile provocare una uscita di elettroni perchè la massa ne contiene sempre un numero abbastanza grande già svincolati dall'attrazione del nucleo.

In generale il modo con cui si possono estrarre elettroni da un conduttore consiste nel comunicare loro una certa quantità di energia che viene assorbita dall'elettrone come un aumento di forza viva che basta a sottrarre l'elettrone alle forze che possono ancora tenerlo legato alla massa del conduttore.

Quando l'energia che si comunica agli elettroni è sotto forma di energia raggiante, si ha il fenomeno fotoelettrico di cui parleremo altrove.

Qui ci limiteremo alla emissione di elettroni per effetto della energia elettrica.

87. **L'arco elettrico.** — Come è noto l'arco elettrico è provocato da una scintilla iniziale tra due elettrodi caricati ad una differenza di potenziale sufficientemente grande, ma è continuato da una specie di polverizzazione della sostanza che forma gli elettrodi. Questi possono essere di un metallo qualunque, ma più ordinariamente sono di carbone, oppure di mercurio. In questo secondo caso i vapori del metallo divengono incandescenti e mantengono l'arco una volta eccitato.

Dall'elettrodo positivo o a n o d o escono atomi ionizzati positivamente, e dal negativo, o c a t o d o , elettroni. I primi costituiscono una proiezione di sostanza relativamente grande, in modo che se l'anodo è di carbone, prende la forma di c r a t e r e , e si consuma rapidamente; il catodo invece ha una perdita minima di materia.

La temperatura del cratere può raggiungere i 4000°, mentre quella del catodo si conserva parecchie centinaia di gradi più bassa.

Il numero di elettroni che escono dal catodo nell'arco è grandissimo, e può dedursi dalla intensità della corrente elettrica adoperata per mantenere l'arco. Al cessare della forza elettromotrice resta ancora, una differenza residua di potenziale, ma si estingue rapidamente in una frazione di secondo.

Nell'arco però il fascio di elettroni che si ottiene dal catodo viene succhiato dall'anodo, e quindi non si ha modo di servirsene per misure o per fenomeni di speciale importanza.

88. **Raggi catodici.** — Di grande importanza è invece il fascio di elettroni che si ottiene nella scarica elettrica in un tubo a gas rarefatto. La scarica tra due elettrodi in un gas alla pressione atmosferica è quella che costituisce l'arco. Ma se gli

elettrodi sono chiusi in un tubo, dal quale si estrae il gas, la forma e le condizioni della scarica vanno rapidamente modificandosi al diminuire della pressione, fino alla formazione dei raggi catodici in cui si ha un fascio di elettroni uscenti dal catodo in linea retta e perpendicolarmente alla superficie del catodo.

L'energia del fascio catodico si calcola dalla differenza di potenziale che si stabilisce tra il catodo e l'anodo. Se indichiamo con V quella differenza, e, al solito, con e la carica elettrica di un elettrone, l'energia potenziale che possiede l'elettrone nel momento in cui si libera dal catodo sarà data dal prodotto eV. Sotto l'azione del campo l'elettrone va acquistando una velocità v nella direzione in cui viene lanciato dal catodo, e mentre va diminuendo la sua energia potenziale va crescendo la sua energia cinetica, in modo che giungendo sull'anodo, o sull'anticatodo, avrà raggiunto una velocità v tale che

$$\frac{1}{2} mv^2 = eV \tag{95}$$

analogamente a quello che avviene per un corpo pesante che è lasciato libero, e in cui la energia potenziale si va trasformando in energia cinetica.

La velocità v che così acquista l'elettrone è molto grande, e può raggiungere un quinto della velocità della luce per una differenza di potenziale di 10.000 volts. Infatti dalla formola si deduce

$$v = \sqrt{2 \frac{e}{m} V}$$

in centimetri per secondo, se le grandezze sono espresse in unità assolute C. G. S. Se poi il potenziale V è espresso in volts, ossia in unità 10^8 volte più grande dell'unità assolute la v sarà data da

$$v = 10^4 \sqrt{2 \frac{e}{m} V}$$

e introducendo per il rapporto e/m il suo valore 1.769×10^7

$$v = 10^8 \sqrt{0.354\ V}$$

e quindi in chilometri per secondo

$$v = 10^3 \sqrt{0.354\ V} \ .$$

Così la velocità acquistata dagli elettroni viene immediatamente espressa per mezzo del potenziale di scarica del tubo. I valori che si ottengono sono approssimativamente questi:

per potenziali in volta	1, 25, 100, 10000
si ottengono rispettivamente in chilom. per sec.	600, 3000, 6000, 60000

89. **Emissione di raggi X.** — L'energia acquistata dagli elettroni per effetto del campo V è, come si vede, molto grande. Quando il fascio catodico incontra l'anticatodo gli elettroni urtanti potranno dunque penetrare abbastanza profondamente negli atomi e provocare perturbazioni negli strati elettronici. A questo stato di eccitazione dell'atomo seguirà un periodo di riassettamento in cui gli elettroni ricadranno ai loro strati stazionari, e questo ritorno è accompagnato come abbiamo visto al numero 81, da una emissione di energia raggiante. Questa emissione è quella che costituisce i raggi X.

Possiamo anche qui stabilire una eguaglianza tra la quantità di energia acquistata dall'anticatodo sotto forma di energia cinetica degli elettroni urtanti, e quella emessa sotto forma di raggi X. Seguendo ancora la teoria quantistica dovremo porre che l'energia cinetica dell'elettrone sarà eguale a un quanto di energia, ossia al quanto di PLANCK moltiplicato per una frequenza, ossia

$$\frac{1}{2} m v^2 = h\nu \ . \tag{96}$$

Qui la frequenza ν è quella dei raggi X emessi dall'anticatodo

in conseguenza dell'eccitamento prodotto dagli elettroni lanciati dal catodo.

Sappiamo che questa frequenza può variare entro limiti abbastanza vasti, possiamo dire dall'ordine di 10^{17} all'ordine di 10^{19}, e quindi la lunghezza d'onda corrispondente andrà da alcune decine di ångstrom a qualche decimo di ångstrom.

La frequenza dei raggi X è quella che misura la loro durezza. I raggi X duri sono quelli a frequenza elevata.

Accoppiando la formola 96) con la precedente 95) possiamo porre la doppia eguaglianza

$$97) \qquad eV = \frac{1}{2} mv^2 = h\nu$$

che si interpreta così: l'energia potenziale eV che possiede un elettrone in un campo, la cui intensità è misurata dal potenziale V, si trasforma in energia cinetica dell'elettrone che acquista la velocità v, e questa energia cinetica comunicata all'anticatodo si trasforma in energia raggiante di frequenza ν che è nel campo dei raggi X.

90. **Emissione di elettroni per riscaldamento.** — Oltre alla energia elettrica di cui ci serviamo nella scarica elettrica si può adoperare l'energia calorifica per provocare da un metallo una emissione di elettroni. È noto che da un filo incandescente escono elettroni; l'incandescenza del filo si ottiene facendolo percorrere da una corrente elettrica, ma ciò che determina l'uscita degli elettroni non è l'energia elettrica, ma l'energia cinetica acquistata per la forte temperatura che il filamento raggiunge.

L'uscita di elettroni dal filo, o in generale, dal metallo incandescente, costituisce una uscita di carica elettrica dalla superficie del metallo, e si può misurare come intensità di una corrente che lascia il metallo se si calcola la quantità di elettricità che in ciascuna unità di tempo sfugge dall'unità di superficie del conduttore.

L'intensità di questa corrente dipende naturalmente dalla temperatura, ma dipende altresì da molte altre circostanze, e la legge che mette in relazione queste due grandezze, l'intensità della corrente e la temperatura del metallo, non è ancora sufficientemente conosciuta.

Sono però ben conosciute le vaste applicazioni che si fanno di questo fenomeno nelle *valvole termoioniche*. Il flusso di elettroni che si lasciasse sfuggire all'aria libera non avrebbe alcuna pratica applicazione, ma racchiudendo il filo in un tubo in cui sia stata rarefatta l'aria, si può guidare il flusso elettronico ad un numero grandissimo di applicazioni.

Fig. 21.

Basta ricordare l'uso che si fa delle valvole termoioniche nella radiotelegrafia, e negli oscillografi catodici.

Se di fronte al filo incandescente F di una ampolla vuota si pone una placca metallica P, a cui sia stata comunicata una carica elettrica positiva, il flusso di elettroni uscenti da F costituisce una corrente negativa che va dal filamento alla placca nell'interno del tubo, e quindi corrispondentemente una corrente in un circuito esterno che congiunga il filamento alla placca.

Fig. 22.

Questa corrente non può avere che un senso, quello corrispondente al moto degli elettroni che vanno dal filamento alla placca, quindi se nel circuito esterno esistesse una corrente alternata la valvola permetterà il passaggio della corrente soltanto durante una metà della alternazione. Si dice allora che la valvola funziona da **raddrizzatrice** perchè lascia passare soltanto la corrente in un senso.

Ma si può introdurre un terzo conduttore nella valvola, che prende allora il nome di *triodo*. Questo terzo elettrodo è generalmente in forma di **griglia**. Si comprende che comunicando alla griglia una carica elettrica si potrà agevolare od ostacolare la corrente di elettroni, secondo che questi sono attirati

dalla griglia — quando questa è positiva — o respinti, se la griglia è negativa.

La valvola allora funziona da rivelatrice o da amplificatrice.

Si può finalmente raccogliere il fascio di elettroni uscenti dal filamento obbligandoli a passare entro un cilindro C carico con elettricità positiva. Allora il fascio elettronico forma un raggio tanto più sottile quanto più efficace è la carica data al cilindro C. Il fascio che così si ottiene sostituisce molto bene il fascio di raggi catodici che si otterrebbero in un tubo a scarica elettrica e quindi in tutte le applicazioni del tubo BRAUN.

CAPITOLO QUINTO

Lo spazio-etere

§ 1. — *L'inerzia dello spazio-etere.*

91. **Lo spazio reale.** — Abbiamo visto nel primo capitolo le varie accezioni del concetto di spazio. Fino a qualche decina di anni fa i fisici non si occupavano dello spazio se non nel senso di estensione dei corpi, o come concetto geometrico a cui si riferisce il moto dei corpi. Ma le ricerche delle teorie unitarie, alle quali si è stati condotti dai concetti della teoria della relatività generale, si basano sopra un concetto fisico dello spazio, ed importa illustrarlo più ampiamente, e studiarne le proprietà quali si possono dedurre dalle ricerche sperimentali.

Lo *spazio reale* di cui ci occupiamo è un ente fisico nel quale si compiono tanto il trasporto di energie quanto il moto dei corpi.

Dicendo spazio reale intendiamo di distinguere lo spazio reale dallo spazio immaginario che è una semplice costruzione ideale, dallo spazio possibile che è la possibilità di un prolungamento dello spazio reale, e dallo spazio astratto che è l'estensione concepita come astrazione dai corpi estesi.

Dicendo ente fisico intendiamo non solo in contrapposizione ad ente metafisico ma anche ad ente puramente geometrico. In geometria lo spazio viene considerato come una estensione

astratta, solo che al concetto di spazio immaginario vengono connesse le considerazioni di figura e di misura.

Che nello spazio reale si compia il trasporto di energia, e il moto dei corpi, è una constatazione di fatto: nello spazio reale che costituisce l'universo si propaga luce, calore, azione elettromagnetica, e si muovono gli astri e le nebulose.

Si tratta di indagare la natura di questo spazio fisico appunto dal modo con cui si compiono questi fatti, e dalla azione reciproca dello spazio e dei corpi.

È questo ciò che intendiamo di fare in questi capitoli.

92. **L'etere cosmico.** — Prima del secolo XVII si avevano idee troppo rudimentali e spesso errate sulla natura dei corpi e delle energie, sarebbe dunque inutile ricercarne il concetto dello spazio reale di cui parliamo. Dal secolo XVII al principio del nostro secolo si è sempre parlato di un fluido che riempie l'universo e che trasporta le energie.

Newton dopo aver parlato della forza di gravità e della attrazione universale così aggiunge [1]:

« Adjicere jam liceret de spiritu quodam subtilissimo corpora crassa pervadente, et in iisdem latente: cuius vi et actionibus particulae corporum ad minimas distantias se mutue attrahunt, et contiguae factae cohaerent: et corpora electrica agunt ad distantias majores, tam repellendo quam attrahendo corpuscula vicina; et lux emittitur, reflectitur, refringitur, inflectitur, et corpora calefacit... » e conclude « sed non adest sufficiens copia experimentorum, quibus leges actionum huiusmodi spiritus accurate determinari et monstrari debent ».

E Huyghens asserisce che [2] « nemini dubium esse potest quin lumen constet ex motu certae cuiusdam materiae » e che si propaghi « soni instar per modulos sphericos » ma questa propagazione è « multo magis subita et rapida ». Egli parla altresì della natura di questa materia che deve esser fatta

(1) J. Newton. *Phil. Nat. Pr. Math.* Scol. gen.
(2) Chr. Huyghens *Tractatus de lumine*, c. 1.

di particelle che si devono toccare, eppure deve essere una sostanza pochissimo densa, per cui potrebbe esser fatta di sferette cave. La penetrabilità dei corpi in questa materia sarebbe spiegata dalla grande mobilità di queste sferette. L'etere resta fermo nei corpi perchè passa attraverso i pori. Quindi i corpi possono essere trasparenti, solo diminuisce la velocità della luce.

Il FRESNEL parlando della aberrazione della luce dice così: « Je n'ai pu, jusqu'à présent du moins, concevoir nettement ce phénomène qu'en supposant que l'éther passe librement au travers du globe, et que la vitesse communiquée à ce fluide subtil n'est qu'une petite partie de celle de la terre ». [1].

Nel secolo scorso si è sempre parlato dell'etere come una sostanza che pervade tutti i corpi e trasporta l'energia luminosa. Si dubitava però se si dovessero ammettere fluidi diversi per la propagazione di energie diverse. La teoria elettromagnetica della luce proposta dal MAXWELL concentrò l'attenzione dei fisici sopra una unica specie di etere cosmico.

FARADAY, MAXWELL, LORD KELVIN riguardavano le forze elettriche e magnetiche come una tensione nell'etere; due specie di tensioni possono trasmettersi, una dovuta ad uno stato statico di tensione, l'altro a un vero trasporto di momento, quindi due specie di energia possono risiedere nell'etere, l'energia potenziale, e l'energia cinetica, che si manifestano come energia elettrostatica, ed energia elettromagnetica.

Il LORENTZ [2] nella sua teoria degli elettroni parla ancora dell'etere come sostanza materiale: l'etere pervade tutti i corpi, anche gli elettroni, quindi anche nell'interno degli elettroni è un campo elettromagnetico, e quanto alla natura dell'etere dice che dovendolo ritenere come sede di un campo elettromagnetico, con la sua energia e con le sue vibrazioni, non può non concepirlo come qualche cosa di sostanziale, benchè diverso dalla ordinaria materia.

[1] FRESNEL *Lettera ad Arago*, 1818.
[2] H. A. LORENTZ. *The theory of Electrons*, 1909, p. 11.

93. **Lo spazio reale è materiale.** — La teoria della Relatività sembrò da principio di fare a meno dell' etere; il campo gravitazionale poteva essere sostituito da proprietà geometriche dello spazio. Si cercò successivamente di ridurre a proprietà geometriche anche le altre manifestazioni di materie e di forze. Ma lo spazio che si cerca di sostituire non si può definire con sole proprietà geometriche e metriche; risulta necessariamente con proprietà fisiche, e lo stesso EINSTEIN dice che il NEWTON aveva in fondo ragione di chiamare etere il suo spazio assoluto.

Anche i relativisti sono dunque d'accordo nell'assegnare proprietà fisiche allo spazio. Esistono dunque forze e energie nello spazio, e quindi attività e inerzia.

Dal sole e dalle stelle arriva energia fina a noi, e l'energia è una proprietà della materia, e non si concepisce senza materia. L'energia meccanica, l'energia calorifica, l'energia elettromagnetica sono forme diverse di energia ma contengono sempre nel loro concetto, e nella loro formola dimensionale, la grandezza che rappresenta la misura dell'inerzia, la massa. L'energia che parte dalle stelle e giunge sino a noi impiega un tempo proporzionale alla distanza. In questo intervallo di tempo, che può anche essere di milioni di anni, l'energia che ha lasciato la stella, e non ha ancora raggiunto la terra, deve pure essere posseduta da una sostanza materiale.

Il ricorrere al trasporto di energia per mezzo di corpuscoli non risolve il problema perchè bisognerebbe ammettere che tutto l'universo è ripieno di questi corpuscoli, che procedono senza deviazione nè ritardi in tutte le direzioni e in tutti i sensi, il che non si può concepire.

Lo spazio reale ha dunque una propria inerzia capace di immagazzinare l'energia che riceve dai corpi, e di trasmetterla ad altri che l'assorbono e la trasformano.

D'altra parte lo spazio reale è esteso e questo non ha bisogno di dimostrazione.

Abbiamo dunque nello spazio reale le due proprietà essenziali della materia: estensione ed energia. Lo spazio reale è dunque m a t e r i a. Ma la materia di cui è costituito lo spazio

fisico non cade direttamente sotto i nostri sensi. Ciò che possiamo studiare è la natura della energia che ci viene trasportata da questa materia e che possiamo ricevere sui corpi sensibili.

94. Energia ed inerzia delle onde elettromagnetiche. — Un effetto diretto della energia, e quindi della inerzia posseduta dallo spazio fisico si ha nella pressione che la luce esercita sui corpi che la ricevono, e da cui può anche dedursi una misura della energia stessa.

È un fatto dimostrato dalla esperienza che un corpo esposto alla luce riceve un impulso, e se è libero si mette di fatto in moto. Ma l'impulso che riceve il corpo deve essere compensato da una relativa perdita da qualche altro corpo, perchè la totalità della quantità di moto è costante. Dunque il raggio di luce che colpisce il corpo aveva una quantità di moto e quindi una massa di inerzia.

Dell'esistenza di questa pressione parlò già KEPLERO al principio del secolo XVII e più tardi EULERO. Nel secolo XVIII se ne tentò anche la dimostrazione sperimentale, ma il fenomeno è troppo delicato per potere esser messo in evidenza coi mezzi di cui allora si poteva disporre, e soltanto alla fine del secolo scorso e al principio del presente si è riusciti ad aver risultati sperimentali attendibili

La teoria del fenomeno fu data dal MAXWELL (1), e dal BARTOLI (2) e si può riassumere dicendo che la pressione esercitata dalle onde perpendicolarmente alla superficie su cui giungono è data dal flusso di energia che esse contengono.

FIG. 23.

Possiamo considerare il caso più semplice di onde piane polarizzate. Se

(1) MAXWELL. A treatise on electricity and magnetism. cap. X, § 792.

(2) BARTOLI. *Nuovo Cim.* 15. 193 (1884).

ci riferiamo a quanto è noto sulla natura della luce, e in generale sulla natura della energia elettromagnetica, possiamo dire che un'onda che si propaga lungo una direzione x contiene una vibrazione nel piano perpendicolare alla direzione di propagazione e risulta da due componenti ad angolo retto fra loro, quella che si chiama la componente elettrica e che indicheremo con d e la componente magnetica che indichiamo con h. Nel caso presente tanto l'una quanto l'altra di queste grandezze si riduce alla componente lungo uno degli assi y e z perpendicolari fra loro. Trattandosi poi di un'onda piana polarizzata le due componenti nella loro forma più semplice potranno scriversi così

$$98)\qquad d_y = a \cos n\left(t - \frac{x}{c}\right)$$

$$99)\qquad h_z = a \cos n\left(t - \frac{x}{c}\right)$$

in cui a l'ampiezza della oscillazione, n la pulsazione ossia la frequenza moltiplicata per 2π, e x/c è lo spostamento di fase connesso con la propagazione, la cui velocità è c. L'azione esercitata dall'onda sopra una superficie perpendicolare ad x è proporzionale al prodotto delle due grandezze d ed h, e precisamente eguale a quel prodotto moltiplicato per la velocità della luce. Questa grandezza che indichiamo con s, e che col LORENTZ scriviamo

$$100)\qquad s = c\,(d\,.\,h)$$

è quella che prende il nome di vettore di POYNTING, e rappresenta il flusso di energia attraverso l'unità di superficie perpendicolare alla propagazione. Nel caso nostro i vettori d ed h si riducono alle componenti scritte sopra, e quindi il flusso di energia che attraversa l'unità di superficie perpendicolare alla direzione x sarà dato da

$$101)\qquad c\,d_y\,h_z = c\,a^2 \cos^2 n\left(t - \frac{x}{c}\right).$$

Trattandosi qui di grandezze che variano secondo la legge del coseno il valore medio che assumerà il flusso si otterrà prendendo il valore medio del quadrato del coseno che, come è noto, è dato da 1/2. Il flusso, e quindi l'energia comunicata dall'onda alla unità di superficie perpendicolare ad x sarà dunque misurata da

$$\frac{1}{2} ca^2 . \tag{102}$$

D'altra parte in questo caso $a^2/2$ è anche la energia elettromagnetica contenuta nell'unità di volume, se ne deduce dunque che l'onda esercita sull'unità di superficie una pressione numericamente eguale all'energia elettromagnetica contenuta nell'unità di volume, e in un secondo l'energia comunicata è data dal flusso $ca^2/2$.

Se invece di considerare un flusso di energia, paragonabile ad una corrente di fluido, consideriamo la radiazione esistente in un certo spazio, si può calcolare la pressione che essa esercita sulle pareti del recipiente che la contiene, paragonabile alla pressione esercitata da un gas. Il LORENTZ, in accordo con tutte le teorie precedenti, dà per la pressione la formola

$$p = \frac{1}{6} (d^2 + h^2) \tag{103}$$

in cui d ed h siano i valori medii del vettore elettrico e del magnetico in tutto lo spazio considerato; e indicando con w_e e w_m l'energia elettrica e quella magnetica posseduta dallo spazio, si può anche scrivere col LORENTZ

$$p = \frac{1}{6} (d^2 + h^2) = \frac{1}{3} (w_e + w_m)$$

ossia la pressione esercitata sull'unità di superficie e normal-

mente alla superficie è eguale ad un terzo dell'energia elettromagnetica contenuta nell'unità di volume (1).

I risultati sperimentali confermano le deduzioni teoriche (2).

Abbiamo dunque così il modo di calcolare la quantità di energia che può contenere lo spazio fisico.

95. **La misura della inerzia dell'etere.** — Dalla determinazione della pressione che la radiazione esercita sui corpi si potrebbe dedurre la massa dello spazio se si attribuisce alla sua inerzia lo stesso senso che attribuiamo alla inerzia dei corpi. E poichè la pressione che esercita la radiazione è misurata dalla energia esistente nell'unità di volume, così si potrebbe pervenire alla determinazione di una densità della inerzia nello spazio etere.

Se si considera il flusso di energia che giunge dal sole sulla superficie della terra si dovrebbe procedere così. L'energia che arriva in un secondo sopra un centimetro quadrato di superficie si può calcolare a

$$1.3 \times 10^6 \text{ erg.}$$

La velocità con cui giunge questa energia è quella della luce, ossia 3×10^{10} cm, quindi l'energia distribuita in un centimetro cubico sarà data da

$$E = \frac{1.3 \times 10^6}{3.10^{10}} = 4.5 \times 10^{-5}$$

e questa è altresì la misura della pressione che la radiazione solare eserciterà sulla unità di superficie terrestre se si assume come perfettamente riflettente. Questa dunque equivale a mmgr. 4×10^{-5}.

(1) H. A. Lorentz. *The theory of Electrons*, numeri 16 e 21.

(2) Lebedeff. *Drude's Ann.* 6. 433. (1901).
Nichols e Hull. *Ann. d. Phys.* 12. 225. (1903).

Oppure ponendo la pressione della luce

$$p = \mathcal{E} \frac{2Q}{c}$$

dove $\mathcal{E}$ è l'equivalente dinamico del calore, Q la quantità di calore che giunge dal sole, e c la velocità della luce; e ponendo $Q = 0.294$ calorie gram. per metro quadrato e per secondo si trova $p = 0.84$ milligrammi per metro quadrato normale quando non vi fosse atmosfera assorbente.

La densità dell'etere risulterebbe di 8×10^{-16} per cmc.

Se invece si calcola la densità partendo dalla massa dell'elettrone che è gr 7×10^{-28} e assumendo come raggio del corpuscolo $1{,}5 \times 10^{-13}$, e quindi il suo volume

$$\frac{4}{3} \pi (1.5 \times 10^{-13})^3 = 1.3 \times 10^{-38}$$

si avrebbe

$$\delta = \frac{m}{v} = \frac{7.10^{-28}}{1.3 \times 10^{-38}} = 5.3 \times 10^{10} \text{ gr.}$$

per cmc. E se questa si deve assumere come densità dell'etere si avrebbe che è cinquanta miliardi di volte quella dell'acqua. Se poi si assume che quella massa è distribuita in una sfera di azione il cui raggio sia 10, o 100 volte maggiore del raggio dell'elettrone la densità si ridurrebbe a 5×10^7 o corrispondentemente a 5×10^4.

In realtà questi criteri che conducono a risultati così diversi non sono quelli che possono guidarci nell'assegnare una misura alla inerzia dell'etere, ma d'altra parte la difficoltà che si incontra nella determinazione di questa inerzia non deve far concludere che inerzia nello spazio non esiste. L'inerzia dell'etere è certo di un altro tipo da quella della materia ponderabile.

Torneremo in seguito sull'argomento. Quello che possiamo fin d'ora tener presente è che l'unica misura che possiamo assegnare all'inerzia dell'etere è il *volume*, perchè certamente quell'inerzia è proporzionale al volume.

§ 2. — *L'energia dello spazio-etere.*

96. **Analogia con l'energia della materia ponderabile.** — Nella meccanica dei corpi si riscontra due specie fondamentali di energia: una *energia potenziale* che il corpo possiede per l'esistenza di forze nello spazio in cui esso si trova, come è l'energia di un corpo pesante che si trova in un campo di gravità; e una energia *attuale* che il corpo possiede per il suo stato di moto. La prima può anche chiamarsi energia *statica* perchè è quella che può possedere anche un corpo che stia fermo, la seconda si dice energia *cinetica* perchè è conseguenza del moto del corpo. L'energia potenziale è propriamente dovuta alla esistenza di una forza capace di agire sul corpo, l'energia cinetica è più propriamente conseguenza della inerzia del corpo.

Possiamo analogamente riconoscere due forme fondamentali di energia nello spazio-etere: una forma di energia che possiede lo spazio nello stato di quiete, e una forma che possiede nello stato di moto. L'energia di cui abbiamo parlato nel paragrafo precedente è propriamente un *flusso* di energia, quindi energia in moto, e potrebbe anche chiamarsi *energia cinetica* dello spazio-etere, e, come per i corpi, è connessa con la inerzia propria dello spazio-etere, e può servire a misurarne l'inerzia.

Ma esiste anche un'altra forma di energia che a ragione può chiamarsi energia potenziale dello spazio-etere. Basta pensare allo stato dello spazio interposto in un campo elettrico, per esempio tra due corpi elettrizzati. Un corpo che venga immerso in questo spazio subisce una azione per effetto del campo stesso, e se è libero di muoversi si muoverà di fatto come se fosse attirato da uno dei due corpi elettrizzati, e respinto dall'altro.

Ora l'azione di questi due corpi A e B non può esercitarsi sul corpo C senza una sostanza intermedia, perchè l'azione dei corpi a distanza non si può ammettere. Questa sostanza è appunto quella che abbiamo chiamato spazio-etere. Se dunque il corpo C immerso nello spazio-etere, che si trova tra i due

corpi A e B, è messo in moto in un determinato senso, e con una determinata accelerazione, ciò significa che lo spazio-etere esercita su di esso una azione determinatrice di quel moto. Non abbiamo altro modo di rappresentarci questo stato dello spazio-etere se non pensando ad una tensione in esso determinata dalla esistenza dei due corpi elettrizzati A e B. Questa tensione, che potrebbe anche chiamarsi pressione, si esercita in senso diverso sulle due faccie del corpo C che guardano verso A e verso B, e determina il moto di C.

Tutti i casi che si presentano nei corpi sotto forma d'azione a distanza devono essere connessi con questa speciale forma di energia statica dello spazio-etere.

97. **Varie forme di energia statica dello spazio-etere.** — Da quanto s'è detto si deduce che le varie forme di energia statica che possiamo riscontrare nello spazio-etere sono quelle che corrispondono alle varie forme di campo di forze. Campo di forza è lo spazio in cui si fa sentire l'azione di una forza, quindi la specificazione di campi di forza è determinata dalla specificazione delle forze.

Le forze più importanti che conosciamo, almeno in tanto, in quanto ne conosciamo gli effetti, sono la forza elettrica, la forza magnetica, la forza di gravità. Tante altre forze, come la coesione, l'adesione, l'affinità, ecc. possono forse ridursi tutte a quelle tre principali.

Corrispondentemente abbiamo il campo elettrico, il campo magnetico, il campo gravitazionale.

Sappiamo determinare la forma del campo e il vettore corrispondente in ogni punto di esso, ossia l'intensità, la direzione, il senso della forza che agisce in ciascun punto. La forma del campo sogliamo rappresentarla con le linee di forza che danno altresì la direzione della forza in ciascun punto con la tangente alla linea di forza in quel punto. La intensità e il senso della forza sono definiti da quello che si chiama il potenziale del campo, ossia il lavoro totale che può produrre la forza agente da quel punto.

98. Il campo elettro-magnetico. — Le due forme di energia elettrica e magnetica che riscontriamo nello spazio-etere hanno una importanza fondamentale per la conoscenza della natura stessa del continuo spazio-etere.

Oersted e Faraday aveano dimostrato l'azione reciproca di una corrente elettrica sopra un magnete nei fenomeni di induzione. Questi si verificano in realtà nei corpi, pure, trattandosi di azione a distanza, non possono compiersi che per il mezzo ambiente e quindi rivelano il comportamento di questo.

Sulla base di quei fatti sperimentali il Maxwell costruì le sue equazioni del campo elettromagnetico.

Un campo elettrico è uno spazio in cui si manifesta una forza elettrica. Diciamo forza elettrica una forza che agisce sopra un corpo carico di elettricità, e intensità di questa forza è quella che si esercita sopra l'unità di massa elettrica. Questa forza agisce come una forza meccanica ossia è capace di comunicare al corpo elettrizzato una determinata accelerazione in una determinata direzione e in un senso determinato. Analogamente per un campo magnetico. Intensità del campo in un punto sarà l'intensità della forza che in quel punto si esercita sulla unità di massa magnetica esistente in un corpo.

Naturalmente l'azione di una forza si manifesta sopra una quantità omogenea. Come la forza puramente meccanica si manifesta sulla inerzia meccanica del corpo, quella che chiamiamo ordinariamente massa materiale del corpo, così una forza elettrica si manifesta sopra una inerzia elettrica, e quindi su massa elettrica, o quantità di elettricità, e una forza magnetica si manifesta sopra una inerzia magnetica e quindi sopra una massa magnetica o quantità di magnetismo. Ma poichè la massa elettrica e la massa magnetica sono qualità inerenti alla massa materiale dei corpi, così un'azione esercitata sulle masse elettriche o magnetiche dei corpi porta seco un moto dei corpi stessi.

Le azioni reciproche di un campo magnetico e di un campo elettrico si manifestano quando si verifica un moto relativo nei due campi. Così intorno ad un filo di corrente elettrica, ossia

intorno ad un flusso di massa elettrica, si forma un campo magnetico in modo che un polo di massa magnetica viene messo in moto su traiettoie circolari in un piano perpendicolare alla direzione della corrente col loro centro sull'asse della corrente. Il lavoro che compie un polo magnetico unitario per fare un giro intorno al filo di corrente è proporzionale alla intensità della corrente che passa per il filo. Il fattore di proporzionalità è 4π.

Partendo da questa legge di natura sperimentale si possono scrivere le relazioni che passano tra le componenti di una corrente elettrica, e quelle del campo magnetico che si forma intorno ad essa. Indicando con j_x, j_y, j_z, le componenti della corrente elettrica secondo i tre assi ortogonali x, y, z, e con α, β, γ, le componenti della forza magnetica che costituisce il campo, si può dimostrare che

$$104)\qquad \begin{aligned} 4\pi j_x &= \frac{\partial\gamma}{\partial y} - \frac{\partial\beta}{\partial z} \\ 4\pi j_y &= \frac{\partial\alpha}{\partial z} - \frac{\partial\gamma}{\partial x} \\ 4\pi j_z &= \frac{\partial\beta}{\partial x} - \frac{\partial\alpha}{\partial y} \end{aligned}$$

in cui i rapporti a secondo membro sono le derivate delle componenti α, β, γ secondo i tre assi ortogonali.

La corrente elettrica è qui misurata in unità elettromagnetiche. Volendo passare alle unità elettrostatiche basta dividere per la costante c che è il noto rapporto tra le unità elettrostatiche e le elettromagnetiche.

Reciprocamente, se si potesse avere una corrente magnetica, intorno a questa si formerebbe un campo elettrostatico e la relazione tra le componenti della corrente magnetica, che possiamo indicare con s_x, s_y, s_z, e le componenti della forza elettrica del campo, che indicheremo con X, Y, Z, sarebbero date

da tre espressioni analoghe alle precedenti, ossia, in unità elettrostatiche

$$\frac{4\pi s_x}{c} = \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y}$$

$$\frac{4\pi s_y}{c} = \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z}$$

$$\frac{4\pi s_z}{c} = \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x}\,.$$

Si può osservare che nello spazio-etere le componenti j_x, j_y, j_z, della corrente elettrica, misurate in unità elettrostat che sono niente altro che le derivate delle forze elettriche X, Y, Z, rispetto al tempo, e analogamente le componenti della corrente magnetica sono le derivate delle forze α, β, γ, rispetto al tempo.

Allora i due gruppi di equazioni si possono scrivere così

$$105)\qquad \begin{aligned} \frac{1}{c}\frac{\partial X}{\partial t} &= \frac{\partial \gamma}{\partial y} - \frac{\partial \beta}{\partial z} \\ \frac{1}{c}\frac{\partial Y}{\partial t} &= \frac{\partial \alpha}{\partial z} - \frac{\partial \gamma}{\partial x} \\ \frac{1}{c}\frac{\partial Z}{\partial t} &= \frac{\partial \beta}{\partial x} - \frac{\partial \alpha}{\partial y} \end{aligned}$$

e

$$106)\qquad \begin{aligned} \frac{1}{c}\frac{\partial \alpha}{\partial t} &= \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y} \\ \frac{1}{c}\frac{\partial \beta}{\partial t} &= \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z} \\ \frac{1}{c}\frac{\partial \gamma}{\partial t} &= \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x}\,. \end{aligned}$$

L'energia totale del campo elettrico e del campo magnetico, o semplicemente l'energia elettromagnetica presente nel campo, risulta per la unità di volume dalle 104) e analoghe

$$107)\quad E = \frac{1}{8\pi c}(X^2 + Y^2 + Z^2) + \frac{1}{8\pi c}(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)\,.$$

Queste formole valgono per lo spazio-etere. Quando si volessero applicare al caso di sostanze materiali bisognerebbe introdurre un coefficiente ε, la costante dielettrica per le forze elettriche, e un coefficiente μ, la costante magnetica per quelle magnetiche; l'una e l'altra dipendono dalla natura del corpo nel quale si studiano i fenomeni [1].

Le equazioni fondamentali del campo elettromagnetico espresse dai due sistemi 105) e 106) si sogliono più semplicemente scrivere in forma vettoriale rappresentando con un semplice vettore tanto la forza elettrica quanto quella magnetica. Adoperando i simboli del LORENTZ, cioè indicando con $\boldsymbol{h}$ il vettore magnetico le cui componenti abbiamo chiamate con α, β, γ, e con $\boldsymbol{d}$ quello elettrico di componenti X, Y, Z e mantenendo la semplificazione usata dallo stesso autore di dividere le unità di misura pel fattore 4π le equazioni 105) si scrivono semplicemente con

$$105')\qquad \frac{1}{c}\dot{\boldsymbol{d}} = \mathrm{rot}\,\boldsymbol{h}$$

e le 106) con

$$106')\qquad \frac{1}{c}\dot{\boldsymbol{h}} = \mathrm{rot}\,\boldsymbol{d}$$

[1] Ricordiamo che la costante dielettrica ε è quella che comparisce nella legge di COULOMB in cui la forza elettrica F dovuta a due cariche elettriche q e q' poste alla distanza r in un mezzo di costante dielettrica ε, è data da

$$F = \frac{1}{\varepsilon}\,\frac{qq'}{r^2}\,.$$

in cui $\dot{d}$ e $\dot{h}$ sono le derivate del vettore elettrico e magnetico rispetto al tempo, e quindi rispettivamente il vettore di corrente elettrica e di corrente magnetica, e il simbolo *rot*, rotazione è un vettore le cui componenti sono appunto i secondi membri delle equazioni 105) e 106).

Insieme a queste due equazioni si sogliono porre, quasi come condizioni statiche dello spazio-etere, le altre due

$$\text{div } d = 0 \tag{108}$$

$$\text{div } h = 0 \tag{109}$$

che esprimono che è nulla in quello spazio la divergenza del vettore d e del vettore h [1], ciò che fisicamente equivale a dire che non esistono in quello spazio masse elettriche o magnetiche libere: in uno spazio in cui esistessero cariche elettriche distribuite con una densità uniforme ϱ la divergenza del vettore d risulterebbe eguale alle densità ϱ, mentre la divergenza di h resterebbe nulla perchè non conosciamo l'esistenza di magnetismo libero.

Le grandezze d ed h che qui compariscono sono quelle che abbiamo introdotto nel numero 94) nel calcolo della pressione della radiazione.

L'energia contenuta nell'etere-spazio, che abbiamo indicato con E nella formola 107) prenderà qui la forma

$$E = \frac{1}{2}(d^2 + h^2) \tag{107'}$$

e quindi ogni unità di volume contiene una energia elettrica

$$w_e = \frac{1}{2} d^2 \tag{110}$$

(1) Ricordiamo che

$$\text{div } A = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

se A è un vettore le cui componenti sono A_x, A_y, A_z.

e un'energia magnetica

$$w_m = \frac{1}{2} h^2 \tag{111}$$

intendendo sempre che i valori che si assumono per i vettori d ed h sono i valori medi nello spazio considerato.

99. **L'energia in flusso.** — Dallo studio dell'energia del campo elettromagnetico si passa a quello della energia fluente considerando come si modifica il campo quando in una parte di esso si provoca una perturbazione, per esempio col moto di un corpo che possiede una certa carica elettrica. Le modificazioni si manifestano introducendo una variazione nel tempo per le grandezze considerate.

Partendo dalle formole 105) e 106) è facile vedere come una derivazione rispetto alla variabile t conduce alla relazione

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} = \Delta_2 X - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} \right) \tag{112}$$

in cui il $\Delta_2 X$ è, come al solito, dato da

$$\Delta_2 X = \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 X}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 X}{\partial z^2}$$

e poichè la parentesi a secondo membro è la divergenza del vettore corrispondente, e quindi nel caso attuale è nulla, così la 112) si riduce a

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} = \Delta_2 X \, . \tag{113}$$

Analogamente per le Y e Z.

In fisica è noto questo tipo di equazioni che è proprio della propagazione del moto ondoso: l'equazione canonica dei

piccoli moti si scrive infatti così

$$\frac{1}{V^2}\frac{\partial^2 \varphi}{dt^2} - \Delta_2 \varphi = 0 \tag{114}$$

e si applica anche alla propagazione del suono. La V è una grandezza costante e rappresenta la velocità di propagazione delle onde.

Nel caso nostro la costante c che comparisce nella 113) è il rapporto tra le unità elettrostatiche e le elettromagnetiche. Questa costante, come è noto, coincide con la velocità della luce nello spazio etere.

Se invece si trattasse di propagazione in un mezzo per il quale la costante dielettrica avesse il valore ε il coefficiente nella 113 diventerebbe $\frac{\varepsilon}{c^2}$, e quindi la velocità di propagazione sarebbe

$$V = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} . \tag{115}$$

Si verifica con ciò che la velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche coincide, nello spazio libero da materia ponderabile, con quella di propagazione della luce.

E ciò si estende anche alla velocità nella materia ponderabile. Infatti la teoria elettromagnetica della luce, che si appoggia su criteri qui esposti, dimostra che l'indice n di rifrazione di una sostanza è dato da

$$n = \sqrt{\varepsilon} \tag{116}$$

e quindi

$$n = \frac{c}{V}$$

se per V si prende il valore dato dalla 115), ossia l'indice di

rifrazione di una sostanza è il rapporto tra la velocità della luce nel vuoto, e quella nel mezzo che si considera.

La coincidenza va bene specialmente per i valori di n che si riferiscono a grandi lunghezze d'onda (1).

§ 3. — *Energia raggiante.*

100. **Raggio di energia.** — Una perturbazione oscillatoria provocata in un punto dello spazio si propaga tutto intorno nel mezzo ambiente, e costituisce quella che suol chiamarsi energia raggiante. Diciamo dunque energia raggiante l'energia che si propaga sotto forma di raggi.

Diciamo *raggio di energia* un filetto conico o cilindrico entro cui scorra energia ondulatoria.

Fig. 24.

Supponiamo che in un punto A, o meglio in una zona limitata di spazio, esista una sorgente di moto oscillatorio che viene comunicato allo spazio. L'esperienza dimostra che quella perturbazione può propagarsi fino a distanze immensamente grandi, come avviene nel caso della luce, con un moto ondulatorio.

Isoliamo la zona di eccitamento A con una superficie sferica di una sostanza che non permetta il propagarsi del moto eccitato in A, per esempio trattandosi di luce, con una superficie sferica opaca, o in generale, se si tratta di onde elettromagnetiche, con una superficie sferica metallica.

Pratichiamo su questo involucro una piccola fenestra F che

(1) Ricordiamo che l'indice di rifrazione di una sostanza varia con la lunghezza d'onda, come dimostra il fenomeno della dispersione, e la legge relativa può esprimersi con una serie del tipo

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \dots$$

in cui A, B, C, sono delle costanti.

supporremo di forma circolare. Tutte le rette di propagazione che escono da A e arrivano ad un punto della fenestra F potranno uscire dall'involucro, mentre tutte le altre vengono arrestate. Nello spazio esterno alla sfera avremo allora che l'energia si propaga soltanto entro il tronco di cono che comincia su F e si prolunga in indefinito. Questo pennello di energia è quello che chiamiamo *raggio*. Supporremo che lo spazio sia uniforme ed isotropo ossia che presenti le stesse qualità in tutta l'estensione e in tutte le direzioni. Se ciò non fosse la propagazione potrebbe non essere rettilinea.

Se la zona A è puntiforme e la sfera opaca ha per centro A tutti i punti della fenestra F trovandosi alla stessa distanza da A si trovano anche alla stessa fase rispetto al moto ondulatorio che esce da A. Altrettanto si può ripetere per una sezione σ praticata sul fascio FR con una superficie sferica di centro A. La superficie della sezione σ va crescendo a mano a mano che ci si allontana dalla sorgente A o dalla fenestra F, e precisamente σ cresce proporzionalmente al quadrato della sua distanza dal centro A.

Se consideriamo il raggio R ad una distanza molto grande dalla sorgente, e per un tratto piccolo rispetto a quella distanza, le generatrici del cono limitante il raggio si potranno considerare come parallele tra loro, e quindi il raggio come cilindrico. Allora una sezione σ non sarà più rappresentata da un elemento di superficie sferica, ma da una faccetta piana. È ciò che avviene quando esaminiamo un raggio di luce solare che facciamo penetrare entro una camera oscura. In quel caso l'estensione del raggio che esaminiamo può, al più, raggiungere qualche metro di lunghezza, mentre la distanza dalla sorgente A è di circa centocinquanta milioni di chilometri.

Fig. 25.

Se la sorgente A fosse veramente puntiforme il raggio R sarebbe limitato esternamente da una superficie conica le cui generatrici sono le rette uscenti da A e passanti per i punti del contorno di F. In realtà ciò non si verificherà mai perchè

la sorgente A non può esser mai ridotta ad un punto geometrico. Il raggio FR sarà quindi avvolto in una zona di penombra.

Ma anche quando A fosse ridotta ad un punto esisterebbe ancora una zona avvolgente il raggio FR, zona di diffrazione formata dal moto ondulatorio provocato dai punti della superficie F. Questa zona sarà tanto più importante quanto più piccola è la superficie di F, e potrà trascurarsi quando il diametro di F è molto grande rispetto alla lunghezza d'onda del moto che si considera.

FIG. 26.

101. **Vibrazione trasversale.** — Noi non possiamo esaminare la natura della energia contenuta in un raggio senza riceverlo sopra un corpo, ma, dai fenomeni che si verificano quando il raggio arriva sopra la sostanza che interponiamo sul suo cammino, si può dedurre qualche cosa sulla natura stessa del raggio.

FIG. 27.

Supponiamo di analizzare un raggio di energia luminosa, i fenomeni che qui si trovano possono ritrovarsi analogamente anche nei raggi di energia elettromagnetica.

Se sul cammino di un raggio di luce solare, e perpendicolarmente ad esso interponiamo una lamina di tormalina T_1 la luce passa al di là di essa, ma se dopo la prima lamina ne poniamo una seconda T_2, questa si potrà orientare in modo che non passi più alcuna luce, e precisamente se le due lamine sono orientate nello stesso modo rispetto ai loro assi di simmetria, come nella figura *b*, la luce passa attraverso le due lamine, ma se la seconda è disposta perpendicolarmente alla prima come in *c*, la luce si estingue nel passare attraverso la seconda lamina.

Si può supporre che attraverso la prima lamina la luce trovi modo di passare tra i piani paralleli che costituiscono una specie di graticcio, e allora se la seconda lamina presenta il graticcio nella stessa orientazione la luce può passare, se lo trova in direzione perpendicolare non lascia adito al passaggio.

Se paragoniamo una linea di propagazione del raggio ad una corda elastica in cui il moto ondulatorio si propaga lungo la corda, e in cui i punti della corda vibrano perpendicolarmente alla corda stessa, abbiamo un modello sufficiente, pel momento, a quello che avviene nel raggio luminoso. La corda elastica potrà vibrare tra due piani paralleli, e precisamente prenderà una oscillazione piana, in cui tutti i punti della corda compiono oscillazioni rettilinee parallelamente ai piani limitanti, ossia nello spazio lasciato libero tra i due piani. Se dopo questa coppia di piani se ne porrà un'altra egualmente orientata, la vibrazione che è passata attraverso la prima passerà anche attraverso la seconda coppia, ma se la seconda è orientata perpendicolarmente alla prima le oscillazioni, uscite dopo la prima, verranno estinte dalla seconda.

FIG. 28.

Se la vibrazione dei singoli punti di una linea di propagazione si compisse nella direzione stessa della propagazione non si avrebbe modo di spiegare la estinsione del raggio nel passaggio attraverso la seconda lamina di tormalina.

Quello che qui si verifica con la luce si può ripetere con le onde elettriche adoperando un reticolato di fili conduttori disposti parallelamente fra loro sopra un piano. Questo piano si comporta come nella luce la lamina di tormalina. Due di questi piani disposti in direzione perpendicolari tra loro assorbono tutta l'energia dei raggi.

Possiamo dedurne che il moto che si propaga lungo un raggio è trasversale al raggio stesso, ossia i punti della

linea di propagazione oscillano in un piano perpendicolare alla direzione di propagazione.

Il fenomeno è dunque analogo a quello che si verifica nella vibrazione di una corda elastica, o nelle onde del mare, e non a quello che si verifica nella propagazione delle onde acustiche.

102. **Polarizzazione.** — Il moto oscillatorio che si produce nella sorgente A è in generale il moto risultante dalla sovrapposizione di molte oscillazioni elementari, e quindi la vibrazione risultante sarà rapidamente variabile. Altrettanto avverrà per il moto ondulatorio propagato allo spazio.

Se sopra una sezione σ del raggio di energia ottenuta con un piano perpendicolare alla direzione di propagazione esaminiamo la vibrazione di un punto P troveremo in generale che, pur restando costantemente sul piano di σ, perchè la sua vibrazione è trasversale, la traiettoria che esso percorre varia rapidamente. Si potrà in ogni istante decomporre il moto oscillatorio di P in due moti oscillatori perpendicolari tra loro, MM′, NN′, ma queste componenti varieranno in ampiezza e in fase. Il moto del punto non sarà una elisse permanente, ma piuttosto una curva che non si chiude.

Fig. 29.

Ma può anche verificarsi il caso in cui la vibrazione del punto P resti fissa sopra una determinata traiettoria, e quindi che le due componenti restino costanti in ampiezza e fase. In questo caso, se anche la frequenza di due moti componenti è la stessa, il moto risultante di P sarà un elisse, o una retta obliqua secondo la fase delle due componenti. Se anche le ampiezze dei due moti fossero eguali si avrà un cerchio o una retta a 45° sulle due componenti.

Quando la traiettoria del punto P resta costante nel tempo si dice che il moto ondulatorio è polarizzato, e l'energia che si propaga con quel moto si dice *polarizzata*, e la polarizzazione sarà e l i t t i c a, c i r c o l a r e, o r e t t i l i n e a se-

condo che la traiettoria del punto P è elittica, circolare, o rettilinea.

La polarizzazione rettilinea è quella che più propriamente si chiama polarizzazione dei raggi di energia. È chiaro che la polarizzazione rettilinea si otterrà obbligando le due componenti ad assumere la stessa fase o differenza di fase di 180°, oppure sopprimendo una delle due componenti della vibrazione. La polarizzazione che si realizza generalmente in un raggio di luce si ottiene appunto nel secondo modo. Così quando sul cammino dei raggi luminosi interponiamo una lamina di tormalina una delle due componenti ortogonali della vibrazione di P viene assorbita dal cristallo, e viene lasciata passare solo l'altra. Se invece si adopera come polarizzatore un prisma di Nicol una delle due componenti viene deviata fino a farla uscire dal prisma attraverso una parete laterale.

103. **Il vettore elettrico e il vettore magnetico.** — Quando parliamo della vibrazione del punto P preso sopra una linea di propagazione dell'energia raggiante intendiamo precisare un punto particolare dello spazio etere. Qualunque punto P di questo spazio è connesso ai punti circostanti secondo la struttura propria dello spazio, struttura che non ci è nota. Ma sia che si supponga una struttura continua, sia che si voglia assegnare una struttura corpuscolare, è sempre necessario ammettere che uno spostamento di un punto dello spazio porta seco una *doppia perturbazione*, quella che si compie nella direzione dello spostamento, e una, che ne risulta, nella direzione perpendicolare allo spostamento stesso.

Il fenomeno è analogo a quello che si verifica in una lamina elastica. Se paragoniamo la sezione σ del raggio ad un foglietto elastico, uno spostamento di un punto P del foglietto in una determinata direzione provoca contemporaneamente una contrazione nella direzione perpendicolare allo spostamento.

Queste due perturbazioni necessariamente connesse tra loro, perchè l'una è conseguenza dell'altra, si possono rappresentare con due vettori che saranno sempre ad angolo retto tra loro,

e sono quelli che l'esperienza ci rivela nel campo elettromagnetico, e prendono il nome di *vettore elettrico* e *vettore magnetico*.

Naturalmente non si devono confondere questi due vettori con le due componenti MM' ed NN' del moto oscillatorio di P. Anche quando non esiste che un moto oscillatorio rettilineo di P esistono sempre i due vettori l'elettrico e il magnetico ad angolo retto. Secondo la teoria di FRESNEL il vettore elettrico è quello secondo cui avviene il moto vibratorio del punto P, e il vettore magnetico è quello perpendicolare. Così quando in ottica si parla del *piano di polarizzazione* si intenderà il piano che passa per il raggio e che contiene il vettore magnetico, e allora il vettore elettrico, e quindi la vibrazione, è perpendicolare al piano di polarizzazione. Se la R della figura rappresenta un raggio di luce e α il piano di polarizzazione, i due vettori H ed X dei quali H è sul piano ed X è perpendicolare al piano, rappresenterebbero rispettivamente il vettore magnetico (H) e il vettore elettrico (X).

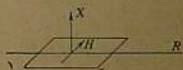



FIG. 30.

104. **La gamma dell'energia raggiante.** — La perturbazione elettromagnetica che si produce in un punto dello spazio viene dunque propagata con una determinata velocità come si propagano tutti i moti oscillatori, ossia provoca un moto ondulatorio che può essere espresso dalla formola 114 nella quale V è la velocità di propagazione, e φ è una funzione che definisce il moto oscillatorio, e quindi una grandezza che varia periodicamente. Nel caso più semplice la φ rappresenterà un moto sinusoidale che si può esprimere così

$$\varphi = a \text{ sen } \omega t$$

in cui come è noto a è l'ampiezza della oscillazione e ω è la velocità angolare. Introducendo la durata T di una oscillazione

la ω risulta legata alla T dalla relazione

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \, .$$

Se invece della durata di una oscillazione introduciamo la *frequenza* ν, ossia il numero delle oscillazioni che si compiono nella unità di tempo, e quindi $\nu = 1/T$, la grandezza ω risulta espressa da

$$\omega = 2\pi\nu \, .$$

Se dal moto oscillatorio passiamo a quello ondulatorio, ossia se lasciamo propagarsi il moto oscillatorio con una velocità V, viene a definirsi una nuova grandezza, la *lunghezza d'onda* λ che misura il cammino fatto dal moto ondulatorio durante un periodo T ossia

$$\lambda = VT$$

e quindi è la distanza tra due punti che si trovino alla stessa fase.

La velocità V di propagazione nel caso dello spazio-etere è quella che rappresentiamo ordinariamente con c e il suo valore in centimetri per secondo è di 3×10^{10}.

La relazione dunque tra la frequenza ν del moto oscillatorio, e la lunghezza d'onda λ del moto ondulatorio nello spazio-etere è espressa da

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \, .$$

Le varie forme di energia raggiante che l'esperienza ci rivela nello spazio etere hanno tutte le stesse caratteristiche di moti ondulatori, più o meno complessi, e che si propagano con la stessa velocità c.

La specificazione di queste varie forme non si riscontra quindi nello spazio ma soltanto quando questa energia viene ricevuta nei corpi. Così le onde elettromagnetiche, le onde luminose, i raggi X ecc. appartengono sempre allo stesso tipo di onde elettromagnetiche, e soltanto vengono a classificarsi in zone diverse della gamma delle frequenze o delle lunghezze d'onda.

Questa gamma è straordinariamente estesa, le lunghezze d'onda possono variare da diecine di chilometri a bilionesimi di centimetro. Le zone più caratteristiche che conosciamo sono riportate nella seguente tabella con le lunghezze d'onda e le frequenze relative.

	λ in cm.	ν per sec.
onde elettriche	10^{8}	3.10^{2}
	10^{-1}	3.10^{11}
onde calorifiche	10^{-2}	3.10^{12}
raggi ultrarossi	10^{-4}	3.10^{14}
onde luminose	10^{-5}	3.10^{15}
raggi ultravioletti		
raggi X	10^{-8}	3.10^{18}
	10^{-10}	3.10^{20}
raggi γ	10^{-11}	3.10^{21}
raggi cosmici	10^{-12}	3.10^{22}

Di queste varie specie di energia parleremo in un capitolo successivo.

CAPITOLO SESTO

L'emissione di energia dai corpi

§ 1. — *La natura della energia emessa.*

105. **Scambi di energia tra corpi e spazio.** — Tutte le forme di energia che ritroviamo nello spazio-etere, per quanto fino ad oggi conosciamo, hanno origine dai corpi e vengono ricevute sui corpi. Lo spazio sembra esercitare soltanto l'ufficio di veicolo. Non possiamo però escludere che alcune forme di energia siano appartenute inizialmente allo spazio, o che nello spazio stesso si formino i corpuscoli elementari, e da questi gli atomi e le molecole e le moli. Allora tutto avrebbe inizio in questa materia primigenia che costituisce lo spazio-etere, e a cui fin dall'inizio dovrebbe essere stata comunicata quell'energia che poi si doveva manifestare nella formazione dei corpi e nella esplicazione delle forze.

Ma allo stato attuale della nostra conoscenza non possiamo occuparci che degli scambi reciproci di energia tra la materia ponderabile e quella imponderabile.

Le varie specie di energia dello spazio si possono ridurre come s'è detto, a due classi, per analogia alla energia meccanica dei corpi: energia potenziale, o campo di forze, ed energia cinetica, o flusso di energia. Alla prima classe appartengono tutte le varie specie di forze che si esercitano tra i corpi ponderabili separati da spazi privi di materia pondera-

bile, alla seconda tutte le varie forme di energia che si propaga per raggi, e quindi tutta la gamma della energia raggiante propriamente detta. In questa classificazione la forza di gravità e l'attrazione universale sembrano appartenere alla prima classe, ma purtroppo queste forze sono quelle che meno conosciamo.

Alla prima classe devono attribuirsi tutte le azioni che si esercitano tra i corpi finchè questi non vengono in contatto, alla seconda i fenomeni della emissione e di assorbimento.

Se la quantità di energia che possiede un corpo va variando, l'aumento o la diminuzione che essa subisce è compensato da una variazione equivalente nello spazio in cui si trova. E se una parte di questa variazione si comunica a qualche corpo che venga in contatto col primo la variazione di energia che subisce lo spazio etere è quello che manca perchè il compenso sia totale, ossia perchè non vari la quantità totale di energia.

E reciprocamente se in una zona dello spazio si verifica una variazione di energia, questa sarà compensata da una variazione di segno opposto nelle energie del corpo o dei corpi che vi sono immersi.

In questi scambi possono verificarsi tutte le trasformazioni di energia che conosciamo.

Il meccanismo di questi scambi e di queste trasformazioni ci è in gran parte sconosciuto.

Noi ci occuperemo specialmente della emissione di energia raggiante.

106. **Il trascinamento dell'etere.** — Non ogni specie di energia che un corpo possiede può essere comunicata allo spazio. Benchè ciò possa sembrare ingiustificato pure l'asserzione è in accordo con lo stato attuale della nostra conoscenza. L'energia cinetica che possiede un corpo non sembra comunicarsi allo spazio attraverso al quale esso si muove. Se ciò avvenisse lo spazio in cui il corpo si muove dovrebbe subire una modificazione che si dovrebbe potere riscontrare sperimentalmente.

Il Fresnel [1] nella sua teoria della luce asserisce che il

[1] A. Fresnel. — *Lettre à Fr. Arago* sept. 1818.

moto dei corpi non si comunica all'etere in cui essi si muovono. Esiste però secondo lo stesso autore un parziale trascinamento dell'etere in un mezzo trasparente. Sappiamo che la velocità della luce in un mezzo di indice di rifrazione n è data da c/n quando tutto è in quiete. Se poi si comunica una velocità v a tutto il sistema, ossia se il mezzo acquista la velocità v e l'etere si muove con esso, tutto procede come quando tutto era in quiete quindi la velocità della luce nel mezzo in moto sarebbe la stessa che nel mezzo in quiete ossia c/n. Se l'etere invece non è trasportato in nessuna misura, la velocità di propagazione nel mezzo sarà $V = \frac{c}{n} \pm v$ secondo che il senso di propagazione della luce coincide o no con quello del moto.

Ma secondo il FRESNEL la composizione non avviene sommando o sottraendo tutta la v, ma soltanto la $v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ ossia $v - \frac{v}{n^2}$.

Si deve dunque introdurre un coefficiente di trascinamento che, secondo il FRESNEL è

$$1 - \frac{1}{n^2} \tag{117}$$

in modo che la velocità di propagazione sarà

$$V = \frac{c}{n} \pm v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right). \tag{118}$$

Questo parziale trascinamento dell'etere sarebbe un'azione esercitata dal corpo in moto, ma sembra doversi ridurre ad una modificazione della frequenza. La teoria di FRESNEL con l'etere immobile si adatta abbastanza bene alla spiegazione del fenomeno della aberrazione ed è la teoria più generalmente accettata.

Esiste anche una ipotesi opposta, studiata dallo STOKES [1],

[1] G. G. STOKES. *On the aberration of light.* Phil. Mag. 3. 27, p. 9 (1845).

ossia dell'etere che segue il moto dei corpi in vicinanza di essi, ma sembra non potersi ammettere senza dovere altresì ammettere una enorme condensazione dell'etere intorno ai corpi in moto, in particolare intorno alla terra, e questa condensazione dovrebbe rendersi manifesta sperimentalmente.

In realtà dunque sembra doversi ritenere che l'etere non prenda parte al moto dei corpi. E non è difficile ammetterlo se si pensa che lo spazio realmente occupato dalla materia ponderabile si riduce al volume dei corpuscoli, volume piccolissimo rispetto alla estensione degli atomi e delle molecole, per cui la più gran parte del volume chiuso dalla superficie esterna dei corpi è di fatto occupato dall'etere, ossia è ancora spazio-etere. Il corpo dunque si muove in seno allo spazio-etere con più facilità di quello che si muove una rete, a fili sottilissima e a maglie larghissime, in seno all'acqua.

Quanto alla resistenza che i corpuscoli possono trovare nel loro moto bisogna tener presente che i corpuscoli posseggono un loro campo elettrico proprio, e quindi non si tratta più di azione meccanica di corpi sullo spazio-etere.

D'altra parte però la teoria di Fresnel sembra portare come conseguenza che il moto della terra, e in generale dei corpi in seno all'etere, debba risultare sensibile, sperimentalmente, perchè equivale ad un vento di etere che venga in senso contrario al moto dei corpi. E l'esistenza di questo moto relativo della terra e dello spazio fisico era quello che l'esperienze di Michelson e Morley avrebbero dovuto rivelare, e che di fatto non hanno rivelato.

Se il risultato negativo di queste esperienze e delle analoghe debba attribuirsi alla insufficienza dei mezzi di cui oggi disponiamo non è qui il caso di discuterlo. Certo che ogni volta che un corpo produce un campo di forza intorno a se, questo campo deve manifestarsi per primo sullo spazio che lo circonda, e quindi un moto del corpo deve portar seco un moto del campo. E d'altra parte sembra doversi asserire che intorno ad un corpo esiste sempre un campo di forze, per lo meno quello della attrazione universale.

Ma allo stato attuale della nostra conoscenza dei fenomeni naturali noi non riscontriamo nessuna azione del corpo sullo spazio, se non nel caso che il corpo sia elettrizzato, ossia quando esso forma intorno a se un campo elettrico.

107. **Trasporto del campo corpuscolare.** — Consideriamo il caso di un corpuscolo elementare che possiede una certa carica elettrica, un elettrone in quiete. Intorno ad esso si forma un campo di forze che è rappresentato dai raggi uscenti dal corpuscolo, e che sono egualmente distribuiti in tutte le direzioni. Questo campo consisterà in uno stato di eccitamento potenziale dello spazio-etere, che potremmo chiamare tensione o trazione per analogia ai corpi elastici, ma di cui realmente non conosciamo la natura.

Le forze che qui si manifestano sono soltanto di natura elettrica.

Se il corpuscolo invece di essere in quiete fosse in moto, con una determinata velocità, in una determinata direzione, il campo che esso forma intorno a se viene trasportato con esso, con la stessa velocità, e nella stessa direzione. Le linee di forza che prima erano rette uscenti dall'elettrone vengono ora modificate nel senso che alla loro propagazione si aggiunge il moto di traslazione del corpuscolo, diventeranno dunque curve giacenti in piani che contengono la traiettoria rettilinea del corpuscolo. Inoltre il moto della carica elettrica, paragonabile ad un filetto di corrente, produrrà delle linee di forza magnetica rappresentata da cerchi che hanno il loro centro sulla traiettoria dell'elettrone.

Questo stato di cose si trasporta integralmente lungo il cammino del corpuscolo. Il LORENTZ [1] ha dimostrato che in questo caso il campo formato dall'elettrone diventa insensibile ad una distanza sufficientemente grande perchè diminuisce secondo l'inverso del quadrato della distanza r dell'elettrone.

Ma se il moto dell'elettrone non è costante e interviene

[1] H. A. LORENTZ *The Theory of Electrons*, n. 38 e 39.

una accelerazione, la perturbazione elettromagnetica si propaga nello spazio e si forma un campo di radiazione la cui intensità diminuisce ancora con la distanza ma soltanto secondo la prima potenza della distanza stessa.

Questa energia che si propaga non può venire che dall'elettrone. Il LORENTZ ne deduce che un elettrone che si muove con moto uniforme non perde la sua energia, ma se invece il suo moto subisce una accelerazione allora uscirà energia dal corpuscolo, ossia l'elettrone emette.

Un elettrone dunque, o in generale un corpuscolo elettrizzato, finchè si muove di moto uniforme, non emette energia. Se in un certo istante il corpuscolo subisce una accelerazione allora si produce nello spazio una perturbazione che si propaga in indefinito. La velocità di propagazione sarà quella propria dello spazio-etere, ossia la velocita della luce. Così gli elettroni che escono da un corpo, per esempio da una sostanza radiattiva, o dal catodo in un tubo, finchè si muovono liberamente non emettono energia, ma all'inizio del loro moto, e alla fine, quando vengono arrestati da un ostacolo o anche solo deviati, produrranno nello spazio perturbazioni che si propagheranno sotto forma di energia raggiante. È ciò che si verifica nelle sostanze radiattive con la emissione dei raggi γ e nei tubi a a raggi catodici con la formazione dei raggi X.

108. **Emissione dall'elettrone ruotante.** — Un elettrone che percorre una orbita intorno ad un nucleo atomico va continuamente subendo una accelerazione. Secondo quanto s'è detto nel numero precedente deve dunque aver luogo una emissione di energia. E poichè il moto dell'elettrone è periodico, questo periodo dovrà ritrovarsi nella energia emessa.

Abbiamo già visto nei numeri precedenti come si possa calcolare l'energia di un elettrone che descrive un moto orbitale.

Ma in realtà l'elettrone non descrive un'orbita quando è libero, ma solo quando è nel campo di un nucleo attraente. Lo scambio di energia non può dunque calcolarsi tra l'elettrone

ruotante o vibrante, e lo spazio-etere, ma bisogna tener conto del sistema in cui l'elettrone ruota, in generale, dell'atomo. L'elettrone ruotante può trovare nell'atomo stesso il compenso per l'energia che esso emette, e allora l'atomo considerato nel suo insieme non emette energia, lo scambio è solo intraatomico. Questo scambio interno e conseguentemente questo equilibrio risultante nell'atomo che non richiede emissione nè assorbimento di energia, sembra doversi ammettere finchè l'elettrone, o gli elettroni conservano il loro livello di energia.

Se però un elettrone passa da un livello ad un altro l'energia totale dell'atomo viene alterata ed è allora che si verifica uno scambio di energia con lo spazio-etere. Se l'energia totale dell'atomo è aumentata si deve essere verificato un assorbimento di energia, se è diminuita, una certa quantità di energia è passata dall'atomo allo spazio.

La teoria dei quanti, lasciandosi guidare dalla teoria elettromagnetica classica, con i principi di selezione e di corrispondenza, ha potuto stabilire le norme che regolano questi scambi di energia e le corrispondenti emissioni ed assorbimenti.

Ma tutta questa parte della teoria è ancora lontano dall'essere soddisfacente, e non intendiamo entrare nei particolari di questo meccanismo tuttora in gran parte sconosciuto.

Ci occuperemo piuttosto delle leggi della emissione nelle quali i fenomeni di cui parliamo vengono considerati nel loro risultato integrale.

§ 2. — *Le leggi della emissione.*

109. **Potere emissivo e potere assorbente di un corpo.** — L'energia raggiante consiste in uno stato di moto ondulatorio della materia imponderabile che costituisce lo spazio fisico. Questo stato viene provocato da uno stato di vibrazione che esiste in qualche corpo e dal corpo viene trasmesso allo spazio, e reciprocamente lo spazio etere trasmette questa energia al corpo, o ai corpi che possono trovarsi sul cammino dei raggi di energia.

I corpi possono dunque trovarsi in due stati per rispetto alla energia raggiante dello spazio, e cioè nello stato di *emissione* se dai corpi viene comunicata energia allo spazio, e nello stato di *assorbimento* se i corpi ricevono energia dallo spazio.

Corrispondentemente si riscontra nei corpi un *potere emissivo*, e un *potere assorbente*, ossia la capacità di potere emettere energia raggiante, e quella di poterla assorbire. Ma poichè l'energia raggiante è specificata dalla lunghezza d'onda del moto ondulatorio con cui si propaga, o dalla frequenza del moto oscillatorio che la produce, così il potere emissivo e il potere assorbente di un corpo dovranno definirsi in relazione ad una determinata specie di energia raggiante, ossia ad energia raggiante di una determinata frequenza.

Diremo dunque potere emissivo di un corpo rispetto ad una determinata frequenza la quantità di energia di quella specie che il corpo può emettere dalla unità di superficie.

Quanto al potere assorbente esso dovrà definirsi come rapporto tra la quantità di energia che il corpo assorbe, e quella che gli perviene, sarà dunque potere assorbente di un corpo la frazione di energia di una determinata specie che il corpo assorbe da quella che gli perviene dallo spazio. Per questo il potere assorbente si dice anche coefficiente di assorbimento.

Il potere emissivo è dunque misurato da una quantità di energia, il potere assorbente, o coefficiente di assorbimento, da un numero che è il rapporto tra la quantità di energia assorbita e quella pervenuta. Il massimo valore di questo numero è naturalmente l'unità, e si raggiunge quando il corpo è capace di assorbire tutta l'energia che gli perviene.

110. **Le leggi di Kirchhoff sul potere emissivo ed assorbente.** — Esiste una doppia legge relativa al potere emissivo ed assorbente dei corpi, assegnata dal KIRCHHOFF [1]

[1] G. KIRCHHOFF, *Ueber das Verhältnis zwischen dem Emissionsvermögen und dem Absorptionsvermögen der Körper für Wärme und Licht*, Ann. Phys. Chim. 109, p. 275 (1860).

fin dal 1860, e si suole esprimere in due enunciati o due leggi, la prima qualitativa, l'altra quantitativa.

La prima si suole esprimere dicendo che: *un corpo è emettente per quella stessa specie di energia per la quale è assorbente.*

La specie della energia emessa o assorbita da un corpo è caratterizzata, come s'è detto, dalla frequenza dell'energia.

La legge enunciata può dirsi essere il risultato della esperienza, e si deduce fin dalla fisica elementare. Così per es. sappiamo che le linee di FRAUNHOFER, che nello spettro solare si manifestano come strie nere di assorbimento, coincidono perfettamente con le strie di emissione dei corpi corrispondenti. Le note esperienze della inversione dello spettro dimostrano appunto che la posizione di una stria di emissione di un determinato elemento è quella stessa che ha la corrispondente linea di assorbimento. Riscaldando sufficientemente un vapore di sodio, o evaporizzando il sodio in una fiamma, si ottiene allo spettroscopio la doppia riga D dello spettro di emissione; se invece la luce bianca di una sorgente luminosa si fa passare attraverso i vapori di sodio lo spettro della luce viene interrotto al posto della D con una doppia riga oscura.

La legge enunciata trova la sua giustificazione in quanto abbiamo detto sul meccanismo della emissione. Se un corpo è capace di emettere energia raggiante di una determinata frequenza significa che esso possiede dei vibratori la cui frequenza di oscillazione è quella che si manifesta nella energia emessa. Ma quegli stessi vibratori che nel fenomeno della emissione dissipano energia, quando fossero in relativa quiete e venissero investiti da energia raggiante che proviene dallo spazio etereo e che contenga energia della loro frequenza, verrebbero messi in moto per un fenomeno di risonanza. Allora l'energia che essi acquistano viene sottratta a quella dello spazio, è quindi il fenomeno di assorbimento, ed esaminando l'energia raggiante che ha oltrepassato il corpo si dovrà verificare la mancanza, o almeno la diminuzione nella energia di quella determinata specie.

La seconda legge di KIRCHHOFF si riferisce alla quantità della energia emessa o assorbita da un corpo, e si può enun-

ciare così: *il rapporto tra il potere emissivo e il potere assorbente di un corpo, per ogni determinata specie di energia, è lo stesso per tutti i corpi.*

Se indichiamo con E il potere emissivo di un corpo per una determinata specie di energia di frequenza ν, e con A il suo potere assorbente per la stessa specie di energia, e contrassegnamo con gli indici 1, 2, 3, ... le grandezze relative a vari corpi 1, 2, 3, ... la legge si esprime ponendo

$$\frac{E_1}{A_1} = \frac{E_2}{A_2} = \frac{E_3}{A_3} \dots$$

intendendo sempre che tanto E, quanto A, sono misurati per la stessa specie di energia.

Se, in particolare, esistesse un corpo n per il quale il potere assorbente A_n fosse eguale all'unità, ossia, secondo quanto s'è detto al numero precedente, un corpo che sia capace di assorbire tutta l'energia che gli perviene, per questo corpo il rapporto E_n/A_n si riduce al solo numeratore, e allora potremo completare la serie delle eguaglianze scritte sopra, ponendo

$$119) \qquad \frac{E_1}{A_1} = \frac{E_2}{A_2} = \frac{E_3}{A_3} = \dots = E_n \,.$$

111. **Il corpo nero.** — Il corpo per il quale il potere assorbente è eguale all'unità per tutte le specie di energie è quello che prende il nome di *corpo nero* Conforme alla prima legge di KIRCHHOFF questo corpo che è capace di assorbire qualunque specie di energia che gli perviene, e assorbirla in tutta la intensità, deve anche esser capace di emettere energia di qualunque frequenza, e per la seconda legge il suo potere emissivo per qualunque frequenza deve esser più grande di quello proprio di qualunque altro corpo perchè nel rapporto E/A assumendo il denominatore il valore più grande possibile che è quello di $A = 1$, anche il numeratore deve assumere il valore più grande possibile.

Sarà dunque un corpo che possiede vibratori di tutte le possibili frequenze, e in numero straordinariamente grande.

In realtà un corpo perfettamente nero in natura non esiste, ma quello che meglio si avvicina a queste condizioni, rispetto a noi, è il sole che quindi nel senso attuale è un corpo quasi perfettamente nero.

Nelle esperienze di gabinetto si prepara un corpo nero adoperando uno strato abbastanza spesso di negrofumo. Ma una superficie che si avvicini ancor meglio alle condizioni del corpo nero è una piccola apertura praticata in una grande camera le cui pareti interne sono perfettamente assorbenti. Quella fessura veduta dall'esterno rappresenta bene un corpo perfettamente nero perchè tutta la energia raggiante che penetra attraverso quella fessura viene completamente assorbita. Se anche le pareti interne non sono perfettamente assorbenti l'energia potrà essere in parte riflessa, ma non riuscirà in generale a sortire dalla camera perchè la superficie della fenestra si suppone piccolissima rispetto alla superficie totale, e quindi sarà estremamente piccolo il numero dei raggi che dopo una o più riflessioni venga diretto verso l'apertura.

112. **La legge di Stefan.** — La quantità totale di energia emessa da un corpo dipende evidentemente dalla energia che esso possiede, e quindi dalla sua temperatura. Se indichiamo con E la quantità totale di energia emessa, comprendendo in questa l'energia di tutte le frequenze possibili, e con T la temperatura assoluta del corpo, la relazione che passa tra E e T è espressa dalla *legge di* STEFAN

$$E = \sigma T^4 \tag{120}$$

in cui σ è una costante che vale per il corpo nero, e proporzionatamente per tutti i corpi, ed è la quantità di energia emessa dall'unità di superficie del corpo nero, in un secondo per la temperatura di un grado assoluto, il suo valore è dato da

$$\sigma = 5.709 \times 10^{-5} \text{ erg. cm.}^{-2} \text{ sec.}^{-1} \text{ grad.}^{-4} .$$

Se si vuol rappresentare con un diagramma l'energia emessa da un corpo si può portare sull'asse della x la frequenza, o la lunghezza d'onda che specificano l'energia, e sull'asse della y la relativa intensità della energia emessa per una determinata temperatura. Allora la curva prende la forma riportata nella figura annessa.

La quantità totale di energia emessa sarà nel diagramma rappresentata dall'area compresa tra la curva e l'asse della x.

La legge fu data dallo STEFAN [1] come risultato di misure sperimentali, ma successivamente il BOLTZMANN ne ha dato una dimostrazione teorica introducendo la pressione che può esercitare la radiazione emessa.

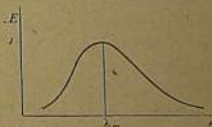



FIG. 31.

113. La legge di Wien dello spostamento. — Col crescere della temperatura del corpo emettente cresce non solo la quantità totale di energia emessa, ma cresce altresì la frequenza della energia stessa. Se si osserva la distribuzione della energia emessa da un corpo nero, e proporzionatamente la proprietà si estende agli altri corpi, si verifica che la quantità di energia corrispondente a diverse frequenze va variando in modo che esiste un determinato valore della frequenza, e quindi della lunghezza d'onda, per il quale la intensità della energia è massima, allontanandosi da quel valore l'intensità va diminuendo più o meno rapidamente fino a valori trascurabili. Nella figura del numero precedente il valore della lunghezza d'onda per la quale l'intensità della emissione è massima è quella segnata con λ_m. Ora al variare della temperatura del corpo emettente quel valore λ_m va variando, e precisamente col crescere della temperatura assoluta T il valore della lunghezza d'onda corrispondente al massimo d'intensità, va diminuendo, e quindi la frequenza corrispondente va crescendo.

[1] J. STEFAN - WIEN, Ber. 79, p. 391 (1879).

In questo consiste la legge di Wien dello spostamento, che si può enunciare così: *la lunghezza d'onda corrispondente al massimo di emissione è inversamente proporzionale alla temperatura assoluta;* e ciò che è lo stesso, il prodotto della lunghezza d'onda massima, nel senso esposto, per la temperatura assoluta è una costante. E si può esprimere con la formola

$$\lambda_m T = \text{cost} \tag{121}$$

in cui λ_m è il valore della ascissa corrispondente alla ordinata massima nel diagramma della intensità.

Se in questa formola il valore di λ_m si misura in micron, e la temperatura in centigradi, il valore della costante si può assegnare con la cifra 2890. Applicando questa legge al caso della energia emessa dal sole si può introdurre al posto di λ_m il valore di $0^{\mu},47$ che è quello che corrisponde al massimo di intensità nello spettro solare prima dell'assorbimento atmosferico, e allora se ne può dedurre il valore di T ponendo

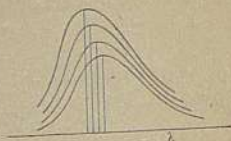



Fig. 32.

$$0,47 \times T = 2890$$

da cui

$$T = 6130^{\circ} \ .$$

Questa legge di Wien è anche nota col nome di legge dello spostamento perchè al variare della temperatura il diagramma dello spettro di emissione si va spostando verso le lunghezze d'onde minori, ossia verso le frequenze maggiori.

Possiamo domandarci a che cosa debba ascriversi questo aumento di frequenza della energia emessa da un corpo quando va crescendo la temperatura del corpo. Difficilmente potrebbe

dimostrarsi che va variando la frequenza dei singoli vibratori. Ma risulta invece chiaro che col crescere della temperatura, e quindi della energia del corpo, lo stato di vibrazione va penetrando più profondamente nell'edificio atomico, e vengono così interessati i corpuscoli che appartengono agli strati più interni e per i quali il periodo di vibrazione è sempre più piccolo, e quindi più grande la frequenza.

Allora l'aumento di frequenza conseguente all'aumento di temperatura sarebbe dovuto al fatto che con l'aumento della temperatura vanno aggiungendosi sempre nuovi vibratori a frequenza più alta. Vedremo di fatti nei numeri successivi che il numero di vibratori che partecipano alla emissione, va crescendo con la temperatura, e precisamente secondo la terza potenza della temperatura assoluta.

La legge dello spostamento si rende verificabile anche nelle esperienze comuni. Supponiamo di riscaldare un filo metallico, per esempio facendolo attraversare dalla corrente elettrica. Finchè l'intensità della corrente è molto piccola si potrà verificare un piccolo riscaldamento nel filo, dovuto alla resistenza che esso oppone al passaggio della corrente. Col crescere della temperatura il calore emesso dal filo potrà manifestarsi sotto forma di energia raggiante nel campo delle onde calorifere, ossia con lunghezze d'onda variabili da qualche centinaio a qualche unità di micron.

Se la corrente è molto intensa il filo comincia a diventare incandescente, e dapprima si riscalda al calore rosso, e successivamente, al crescere della temperatura il calore rosso passa a calore bianco, fino a che il filo cede e si fonde. Il calore rosso e il calore bianco non sono che stati di emissione in cui predomina la luce rossa, ossia a lunghezza d'onda grande, e luce delle altre parti dello spettro, ossia a lunghezza d'onda sempre minore, come richiede appunto la legge dello spostamento.

§ 3. — *La distribuzione della energia nello spettro di emissione.*

114. **Lo spettro di emissione del corpo nero.** — Un corpo nero, ossia un corpo perfettamente assorbente, che possiede una temperatura T abbastanza elevata su quella dello spazio o dei corpi in mezzo ai quali si trova, emette energia raggiante con frequenze che possono essere incluse entro limiti abbastanza ampi. Possiamo riferirci ad un corpo di cui conosciamo abbastanza bene lo spettro, il sole. Le frequenze che si riscontrano nella energia emessa dal sole possiamo supporle comprese tra una frequenza minima di 10^{12} e una massima di 10^{16}.

Si può rappresentare con un diagramma la distribuzione della intensità della energia corrispondente ai vari valori della frequenza, o della lunghezza d'onda misurata sperimentalmente. È ciò che hanno fatto LUMMER e PRINGSHEIM (¹) per corpi neri artificiali tra le temperature di 100° fino a quelle di 1300°.

La curva ha la forma a campana, ma dalla parte delle onde corte apparisce raccorciata. Ciò che si rappresenta con tale diagramma è uno spettro continuo ossia una estensione in cui ad ogni valore della lunghezza d'onda corrisponde un valore della intensità della energia emessa. Ora i valori delle lunghezze d'onda, o ciò che fa lo stesso, i valori delle frequenze, anche entro limiti non molto ampi, sono sempre infiniti. Sperimentalmente questa continuità dello spettro corrisponde al fatto che la intensità della energia emessa non si misura per un determinato valore di λ

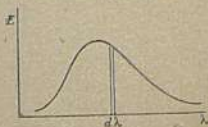



FIG. 31.

(¹) O. LUMMER e E. PRINGSHEIM. *Die Strahlung eines schwarzen Körpers*... Ann. Phys Chem. 63, p. 395 (1897).

o di ν ma per un intervallo infinitesimo di larghezza $d\lambda$ ossia per valori di λ compresi tra λ e $\lambda + d\lambda$. A questo intervallo corrisponde nel diagramma un elementare rettangolo parallelo all'asse delle y di larghezza $d\lambda$ e di altezza E_λ se E_λ è la intensità della energia di quella specie emessa dal corpo. L'area di questo rettangolo sarà dunque

$$E_\lambda \, d\lambda$$

e la somma di tutti questi rettangoli elementari per tutti gli elementi $d\lambda$ compresi fra i valori estremi di λ, che possiamo indicare con λ_1 e λ_2, ossia

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_\lambda \, d\lambda$$

sarà l'energia totale emessa dal corpo, e quindi eguale a σT^4 conforme alla legge di STEFAN. Quello che si dice per il corpo nero si estende difatto alla emissione di un corpo qualunque per il quale si sia stabilito un equilibrio con lo spazio circostante, per questo lo spettro del corpo nero suole anche chiamarsi semplicemente lo *spettro normale.*

Ma bisogna osservare che quando si studia lo spettro di emissione di un corpo, in realtà si sottopone all'esame sperimentale l'energia che ci è portata dallo spazio-etere, anche se il corpo è vicinissimo. Quindi lo spettro che otteniamo attraverso il prisma, o attraverso il reticolo è sempre quello del continuo spazio-etere, ossia è ciò che da energia del corpo emettente si è trasformato in energia del continuo.

115. **La legge della distribuzione della energia nello spettro normale.** — Un problema che ha occupato per molti anni i fisici è stato quello di assegnare la legge della distribuzione della energia nello spettro normale, ossia la formola che rappresenti la curva del diagramma assegnato sperimentalmente.

Le leggi della emissione ci dicono che l'intensità E_λ della energia emessa della specie λ ossia di lunghezza d'onda compresa tra λ e $\lambda + d\lambda$ dipende dal valore di λ e da quello della temperatura assoluta del corpo. Si può dunque scrivere che E è una funzione di λ e di T. Grandezze proprie del corpo non entrano in considerazione, come non entrano nelle leggi della emissione.

La legge di STEFAN combinata con quella di WIEN dello spostamento conducono ad una qualche specificazione sulla funzione $E(\lambda, T)$, e precisamente si può dimostrare, partendo da quelle due leggi, che deve essere

$$E(\lambda, T) = \frac{1}{\lambda^5} f(\lambda T) \tag{122}$$

in cui f è una funzione del solo prodotto di λ per T e non delle due variabili separate.

Il MAXWELL, e il WIEN aveano anche tentato di assegnare una forma alla funzione f tenendo conto dei principi termodinamici e della teoria elettromagnetica; più tardi anche JEANS e LORENTZ hanno a loro volta assegnato la funzione f, ma ciascuna di queste soluzioni solo soltanto parziali, ossia valgono per una sola parte dello spettro.

Se ci riferiamo alla considerazione fatta in fine del numero precedente si potrà facilmente comprendere quali siano le difficoltà che si incontrano nella soluzione del problema. Ciò che noi di fatto osserviamo con l'esperienza è lo spettro del continuo spazio-etere. Si tratta dunque in primo luogo di determinare in che modo è distribuita l'energia immediatamente emessa dal corpo cioè da un sistema di un numero grandissimo di vibratori, e in secondo luogo con quale meccanismo si trasmette l'energia di quel sistema allo spazio, in cui i vibratori e i modi di vibrare sono infiniti perchè il continuo è divisibile in indefinito in elementi.

Si può ben partire dalla equipartizione della energia, finchè si tratta del corpo emettente, e si conoscono anche metodi

per distribuire un numero straordinariamente grande, ma finito, in un insieme di sistemi; si può quindi assegnare il numero degli elementi e la frazione di energia che gli compete ad una data temperatura. Ma quando da un numero finito si passa ad uno infinito, e dalla materia ponderabile all' etere, non sappiamo più qual significato si debba dare alla temperatura per l'etere nè come debba farsi la ripartizione fra gli elementi infiniti.

Non possiamo qui entrare nella discussione di un problema così complesso, ma daremo a grandi linee le soluzioni che sono state proposte.

116. **L' ipotesi dei quanti.** — Il primo che è riuscito a dare una forma soddisfacente alla funzione f della formola 122 è stato il PLANCK [1]. Egli si è servito di un ingegnoso artificio il quale benchè non costituisca una soluzione ideale del problema pure ne permette una soddisfacente, ed evitando la difficoltà del passaggio ad un numero infinito di elementi offre un metodo di approssimazione che si è potuto applicare con frutto in molti problemi della fisica subatomica.

La distribuzione della energia in parti eguali fra tutti gli elementi di un sistema, o ciò che sogliamo chiamare il principio della equipartizione della energia introdotto da CLAUSIUS e da MAXWELL nella teoria dei gas, e che si è dimostrato così prezioso in tanti problemi sembra non potersi più applicare nel caso presente. Infatti se il numero di elementi tra i quali deve distribuirsi l'energia diventa infinitamente grande, per quanto piccola sia la porzione che spetta a ciascun elemento la quantità totale che se ne richiede è sempre infinita. Se dunque non si dispone che di una quantità finita di energia la parte che compete a ciascun elemento va diventando infinitamente piccola quando il numero di elementi va diventando infinitamente grande.

Per evitare questa difficoltà il PLANCK ha abbandonato

[1] M. PLANCK, *Ueber irreversible Strahlungsvorgänge*. Ann. Phys. 1. p. 69 e succ. (1900).

il principio della equipartizione della energia. Anzi ha modificato sostanzialmente il concetto stesso di energia, che in sè dice una grandezza continua, attribuendogli una struttura granulare. Una certa quantità di energia è dunque un numero intero di *quanti* elementari; un sistema che emette od assorbe energia, non la emette o la assorbe se non in un numero intero di quanti. Inoltre l'energia propria di un oscillatore dipende dalla sua frequenza.

Il *quanto* elementare di Planck è una a z i o n e, ossia una energia moltiplicata per un tempo. Il suo valore è espresso da

$$h = 6.554 \times 10^{-27} \text{ erg. sec.}$$

e il q u a n t o d i e n e r g i a si otterrà da questo moltiplicando per la frequenza ν della energia di cui si tratta. Poiché ν è l'inverso di un tempo, moltiplicare per ν significa dividere per un tempo quindi il prodotto $h\nu$ è veramente una quantità di energia.

Non è quì il caso di entrare nel meccanismo con cui si arriva alla legge del PLANCK, basterà accennare che la quantità di energia che egli assegna di fatto ai suoi risuonatori si può esprimere con

$$w = \frac{h\nu}{e^{\frac{Nh\nu}{RT}} - 1}$$

in cui e è la solita base dei logaritmi neperiani, N il numero di Avogadro, R la costante universale dei gas, e T la temperatura assoluta. Se dalla frequenza ν si vuol passare alla lunghezza d'onda λ legata alla ν dalla solita relazione $\lambda = c/\nu$ si ottiene per l'energia w l'espressione

$$w = \frac{ch}{\lambda} \frac{1}{e^{\frac{Nch}{R\lambda T}} - 1}$$

e finalmente la funzione $E(\lambda, T)$ è data da

$$E(\lambda, T) = \frac{c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{Nch}{R\lambda T}} - 1} \tag{123}$$

117. **Altra legge di distribuzione.** — Ma si può anche in altro modo giungere ad una legge di distribuzione della energia nello spettro normale, ed evitando l'ipotesi dei quanti, e conservando la legge della *equipartizione della energia*.

La curva della distribuzione come è data dalla esperienza suggerisce l'ipotesi di una distribuzione statistica dei vibratori secondo la loro frequenza, o la lunghezza d'onda dell'energia che emettono.

Supponiamo dunque che i corpuscoli emettenti contribuiscano tutti con la stessa quantità di energia, ma il numero di oscillatori con una determinata lunghezza d'onda λ sia distribuito secondo il valore di λ come sono distribuite le molecole di un gas secondo la loro velocità, ossia con la legge di distribuzione del MAXWELL, che coincide con la legge di distribuzione degli errori data precedentemente dal GAUSS. Secondo questa legge, quando un numero molto grande di elementi tendono a prendere un determinato valore per una grandezza che loro compete, non tutti la raggiungono con eguale approssimazione, e precisamente il numero di elementi che raggiungeranno il valore della grandezza x compreso fra x e $x + dx$ è dato da

$$Ae^{-h^2 x^2} x^2 \, dx \quad (^1)$$

in cui A è una costante che può facilmente determinarsi. In questa formola la costante h è quella che prende il nome di *precisione* appunto perchè la precisione con cui gli elementi

(1) Confronta Capitolo secondo n. 39.

raggiungono la grandezza voluta dipende appunto dalla grandezza h.

Questa legge fu applicata con molto frutto dal MAXWELL per la distribuzione della velocità nelle molecole di un gas, e probabilmente, come abbiamo accennato altrove, costituisce una legge universale per la distribuzione delle grandezze fisiche.

Si può dunque applicare alla lunghezza d'onda dell'energia emessa dagli oscillatori di un sistema. Il valore che questi oscillatori tenderanno a raggiungere sarà quello per il quale si ha una intensità massima di energia emessa, ossia quella data dalla legge di WIEN. La quantità totale di energia emessa sarà quella data dalla legge di STEFAN, il numero di oscillatori ai quali compete una determinata λ sarà assegnato secondo la legge di GAUSS, la quantità di energia per ciascun elemento sarà quella voluta dal principio di equipartizione.

Con questi principi si giunge alla forma

$$E(\lambda, T) = \frac{4a^3 \sigma}{\sqrt{\pi}\, \lambda^5} \lambda T e^{-\frac{a^2}{\lambda^2 T^2}} \tag{124}$$ [1]

in cui la costante a si ricava dalla legge di WIEN per lo spostamento, e la σ è quella che comparisce nella legge di STEFAN.

§ 4. — *Varie forme dello spettro di emissione.*

118. Gli spettri a strie. — Il campo di emissione di energia raggiante dai corpi comprende sempre una zona di una certa ampiezza nella gamma delle lunghezze d'onda, o delle frequenze, ma l'ampiezza della zona varia secondo le condizioni

[1] G. GIANFRANCESCHI, *Sulla legge di distribuzione dell'energia nello spettro del corpo nero*. Atti d. Pont. Acc. d. Sc., anno 79° p. 117 e 139, e *Nuovo Cim.* p. 259, nuova serie, anno 3° (1926).

in cui si trova il corpo emettente. Si sogliono distinguere gli spettri a strie, gli spettri a bande, e gli spettri continui, secondo che l'emissione si fa per determinati valori della lunghezza d'onda compresi entro limiti molto piccoli, o per zone più ampie separate da altre zone senza emissione, o per un campo molto vasto in cui vengono a fondersi tutte le zone di emissione della sostanza.

Nel caso di energia luminosa lo spettro a strie si ha in generale quando la sostanza emettente è allo stato gassoso. Allora gli atomi si trovano nelle migliori condizioni di libertà e i moti orbitali e vibrazionali degli elettroni mantengono facilmente il loro periodo proprio quindi l'energia emessa dagli atomi corrisponde alle frequenze proprie dei suoi vibratori. Sappiamo che le frequenze proprie di un elemento si possono esprimere con quelle che si chiamano le formole spettrali, come sono le formole del BALMER, del RYDBERG e del RITZ [1]. Le formole spettrali assegnano un valore determinato per la lunghezza d'onda, o per la frequenza. Oggi oltre la lunghezza d'onda, che è il cammino fatto dal moto ondulatorio durante un periodo, e la frequenza che è il numero di vibrazioni compiute in un secondo, si suole anche introdurre il numero d'onde cioè il numero di lunghezze d'onda incluse in un centimetro.

Quando l'energia raggiante emessa da un corpo è dovuta allo stato di vibrazione di un numero molto grande di vibratori la lunghezza d'onda, o la frequenza dell'energia raggiante, emessa da una sostanza, anche nelle migliori condizioni, non corrisponde mai ad un valore determinato dell'una o dell'altra grandezza, ma include piuttosto valori compresi entro certi limiti. Così per esempio quando indichiamo la stria di lunghezza d'onda λ si deve intendere che nella stria possono trovarsi lunghezze d'onda comprese fra $\lambda - d\lambda$ e $\lambda + d\lambda$, indicando con $d\lambda$ un differenziale ossia una variazione molto piccola, ciò che al-

(1) Per la ormola del BALMER vedi Capitolo Quarto n. 83. Per le altre formole spettrali puoi confrontare G. GIANFRANCESCHI. *La fisica dei corpuscoli* cap. X n. 3.

cune volte si esprime con un termine ε ponendo i limiti dell'onda tra $\lambda - \varepsilon$ e $\lambda + \varepsilon$.

Ciò corrisponde al fatto che le strie di emissione per quanto siano sottili hanno sempre una certa larghezza finita.

Il MICHELSON col suo rifrattometro interferenziale è riuscito fin dal 1892 ad assegnare la larghezza e la forma delle più importanti strie di emissione per l'energia luminosa (1). La forma di una stria semplice ricorda quella dello spettro continuo, si ha ancora una forma a campana, soltanto molto stretta rispetto all'altezza; in altri termini si ha anche qui un valore di λ per cui l'emissione è massima, e da questo si scende molto rapidamente verso valori picolissimi della intensità.

Uno spettro a strie è costituito da una serie di tali diagrammi di emissione, separati da zone dove l'emissione è nulla.

Per uno stesso elemento si sogliono distinguere due specie di spettri: lo spettro d'arco e lo spettro di scintilla, secondo che è ottenuto con l'arco voltaico od anche nel tubo GEISSLER o nelle fiamma, oppure con una forte scarica a scintilla.

Secondo il BOHR lo spettro ad arco appartiene alla emissione di atomi neutri, quello di scintilla ad emissione di atomi ionizzati.

119. **Le cause di allargamento delle strie di emissione.** — Se tutti i vibratori della stessa specie esistenti negli atomi di una determinata sostanza si trovassero esattamente nelle stesse condizioni avrebbero anche esattamente la stessa frequenza, e anche l'energia emessa avrebbe tutta la stessa lunghezza d'onda, e quindi non si otterrebbe una stria di larghezza finita.

Ma molte circostanze intervengono a modificare, benchè leggermente, la frequenza dei vibratori, e altre intervengono a modificare la lunghezza d'onda della energia emessa.

Le cause che modificano la frequenza dei vibratori possono

(1) A. A. MICHELSON. *On the application of interference methods to spectroscopic measurements*. Phil. Mag. passim 1891 e segg.

essere gli urti che si verificano tra i corpuscoli, o l'assorbimento degli strati più superficiali, od anche variazioni temporanee di temperatura nelle piccole zone della sostanza emettente. Secondo il LORENTZ si deve anche tener conto dello smorzamento che certo deve verificarsi per molti vibratori.

Le cause modificatrici della lunghezza d'onda si possono ridurre ad una predominante, ed è l'effetto DÖPPLER dovuto tanto al moto dei vibratori, come a quello degli atomi. La lunghezza d'onda dovuta alla vibrazione di un corpuscolo che si sposta nel senso stesso in cui si osserva l'energia raggiante è minore di quella che si avrebbe se il corpuscolo fosse in moto nel senso inverso, o anche solo in una direzione ortogonale a quella di osservazione. È il fatto stesso che si verifica in acustica.

Ma una causa di allargamento della linea di emissione, anche più generale, è inerente alla natura stessa delle cose: che cioè le grandezze proprie di un numero molto grande di vibratori non saranno mai perfettamente identiche. La massa di inerzia e la massa elettromagnetica dei corpuscoli hanno un valore determinato, ma quel valore è il valore medio dedotto da un numero molto grande di elementi, e i valori effettivi di ciascun elemento dovranno variare da un elemento all'altro come variano le grandezze fisiche naturali in ogni caso. Le piccolissime variazioni, che è lecito ammettere anche nelle grandezze elettroniche, sono anche da sole sufficienti per dar ragione delle variazioni che si riscontrano nelle lunghezze d'onda della energia emessa da uno stesso elemento nella stessa zona dello spettro, e quindi dell'allargamento delle linee spettrali.

120. **Spettri a bande.** — Quando dallo stato gassoso si passa allo stato liquido, e successivamente allo stato solido, le condizioni di libertà degli atomi nella sostanza emettente vanno profondamente modificate, e le azioni scambievoli tra le molecole, che sono trascurabili nei gas, divengono predominanti. Si capisce dunque come anche l'emissione debba risentire di questo stato di cose e precisamente che non sia più possibile la netta

separazione tra strie di emissione di frequenze molto vicine, ed è quindi facile a prevedersi che da uno spettro di emissione a strie si debba passare ad uno spettro a bande, od anche ad uno spettro continuo.

Ma ciò che di particolare deve prendersi in considerazione negli spettri a bande è questo che i risultati sperimentali sembrano suggerire che l'emissione a bande debba attribuirsi alle vibrazioni proprie delle molecole.

Ciò costituisce evidentemente una forte complicazione nella teoria, perchè il complesso molecolare è un edificio di un ordine superiore a quello dell'atomo, ed è pochissimo quello che sappiamo sulla struttura molecolare anche nei casi più semplici di molecole biatomiche, e dei corpi semplici.

Il moto delle molecole è essenzialmente di due specie: un moto risultante dai moti elementari dei corpuscoli e degli atomi che costituiscono la molecola, e un moto della molecola, nella massa del corpo a cui appartiene.

In questo secondo moto la molecola può essere considerata come un sistema rigido, e allora se il corpo a cui appartiene è un gas il moto si riduce ad escursioni nei cammini liberi, collegati dai tratti di perturbazione negli urti scambievoli; se invece il corpo è liquido, o solido, il moto potrà essere soltanto oscillatorio intorno a posizioni di equilibrio che saranno ancora variabili nei liquidi, ma saranno fisse nei solidi. Inoltre esisteranno moti di rotazione che non possono essere trascurati, come si può fare per un corpo sferico, perchè la molecola, salvo casi molto eccezionali non può avere una simmetria sferica omogenea.

L'altro moto, risultante dai moti elementari dei corpuscoli di cui la molecola è formata, è a sua volta dovuto e al moto degli elettroni ruotanti in ciascun atomo, e al moto degli atomi. Quando anche noi conoscessimo integralmente l'emissione degli atomi non potremmo da questo dedurre l'emissione delle molecole perchè non sappiamo quali modificazioni si verificano nelle distribuzioni degli strati elettronici.

In realtà queste difficoltà si ritrovano anche allo stato gassoso perchè anche i corpi allo stato gassoso hanno una struttura molecolare, ma quando si parla di emissione a strie i mezzi stessi che adoperiamo per provocare l'emissione determinano previamente la separazione in atomi, nella maggior parte dei casi, e quando non la determinano lo spettro presenta già le complicazioni proprie dello stato molecolare.

Gli spettri a bande sono in generale nella zona delle onde calorifiche, e si riscontrano piuttosto nell'assorbimento che nella emissione. Le due specie di moto di cui abbiamo parlato si distinguono anche nella gamma della lunghezza d'onda; il moto delle molecole considerate come rigide è nella zona della lunghezza d'onda dell'ordine di 10^{-2} ossia di 100 micron, mentre i moti dovuti alle vibrazioni intramolecolari sono dell'ordine di 10^{-3} ossia di 10 micron.

121. **Osservazioni generali sullo spettro di emissione.** — Quanto s'è detto sulla forma dello spettro e sulla distribuzione dell'energia vale specialmente per la gamma delle piccole onde, dai raggi caloriferi con lunghezza d'onda dell'ordine di frazione di millimetro ai raggi di lunghezza d'onda dell'ordine di bilionesimi di millimetro. Per le onde lunghe, dal millimetro alle migliaia di chilometri uno spettro di emissione propriamente detto non esiste.

La gamma totale della energia raggiante viene dunque naturalmente a distinguersi in due grandi zone.

Nella prima zona, che potremmo chiamare la zona delle onde elettriche, l'emissione si fa esclusivamente su un determinato valore di lunghezza d'onda, le estensioni da una parte e dall'altra di questo valore, o come anche si dice, le bande laterali di questa onda esistono soltanto per la imperfezione dei nostri sistemi emettenti, o per modificazioni della lunghezza d'onda che intervengono nella propagazione.

Questa unicità teorica della lunghezza d'onda è connessa con la unicità del sistema oscillante che produce l'emissione.

Nella seconda zona che potrebbe chiamarsi delle onde corpuscolari il fenomeno della emissione è molto complesso perchè l'emissione è dovuta alla vibrazione di un numero molto grande di elementi, a cui partecipano le molecole, gli atomi, gli elettroni. Ed è facile comprendere come in questo caso la zona compresa dalle varie lunghezze d'onda che intervengono possa essere relativamente vasta, e dia luogo alle varie forme dello spettro.

CAPITOLO SETTIMO

Le principali zone di energia raggiante

§ 1. — *Le onde elettriche.*

122. **Come si producono le onde elettriche.** — Quando in un conduttore esteso si provocano oscillazioni elettriche, in modo che tutte le masse elettriche che esso contiene partecipano allo stesso moto oscillatorio, il campo elettromagnetico che si forma nello spazio in cui il conduttore è immerso è sottoposto ad un analogo moto oscillatorio che si propagherà sotto forma di onde.

Il fenomeno è profondamente diverso da quello che si verifica nella emissione di onde luminose. In queste sono le vibrazioni dei singoli elementi che vengono propagate nello spazio, in quelle è tutta la massa elettrica esistente nel conduttore che oscilla come un sol vibratore.

Si può trovar riscontro nelle vibrazioni meccaniche di un corpo elastico, come una lamina od un asta metallica; se tutto il corpo oscilla il corpo emette onde sonore, se invece sono soltanto le particelle di cui è formato che oscillano, ciascuna nel suo campo, si avranno moti elementari di natura calorifica.

Si può anche paragonare la massa elettrica contenuta nel conduttore alla massa liquida contenuta in un recipiente. Anche qui si può avere un moto d'insieme di tutto il liquido, che può

essere moto oscillatorio, o invece pur restando fissa la massa totale del liquido si possono avere moti di rimescolamento od anche di vibrazione delle molecole che lo formano.

Supponiamo un conduttore metallico C che finisca a due sfere metalliche tra le quali esista uno stato d'aria e supponiamo aver caricato le due sfere ad una differenza di potenziale, per es. ad un potenziale positivo quella di sinistra e ad un potenziale negativo quella di destra. Sappiamo che se la differenza di potenziale è abbastanza grande, la resistenza del dielettrico, che in questo caso è l'aria, può frangersi, e allora scocca una scintilla tra le due sfere. Questa scintilla può essere una scarica oscillante, smorzata.

FIG. 34.

Anche qui si può avere il paragone col liquido contenuto in tubo ad U. I due rami del tubo siano separati da un settore fragile F paragonabile allo strato d'aria del circuito elettrico, e il liquido sia a diverse altezze nei due tubi, in quello di sinistra sia al disopra di un livello zero, in quello di destra al disotto. Il livello del liquido corrisponde al potenziale delle masse elettriche. Se la resistenza del settore cede sotto la pressione del liquido il liquido scenderà rapidamente dal ramo più alto, salirà dall'altro, e si avrà una serie di oscillazioni smorzate fino a che il liquido abbia preso nei due rami lo stesso livello zero. Lo smorzamento sarà tanto più rapido quanto più grande è l'attrito che subisce il liquido sulle pareti del tubo. Ed anche questo ha il suo riscontro nella resistenza che il conduttore C offre al passaggio dell'elettricità.

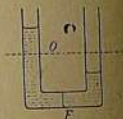



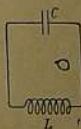
FIG. 35.

Finchè nel conduttore C perseverano le oscillazioni esso è percorso da una corrente alternata che cambia senso al cambiar di segno dei due estremi. E la corrente desterà, come sempre, un campo magnetico le cui linee di forza sono cerchi che avvolgono il filo C, e nelle quali il senso cambierà al cambiare del senso della corrente.

Nel caso del liquido il moto è determinato dalla differenza iniziale di livello, e al passaggio per la posizione di equilibrio è continuato dall'inerzia della massa liquida acquistata nella discesa. Nel caso del circuito elettrico la differenza iniziale di potenziale determina il flusso di elettricità, e l'inerzia, che non esiste per le masse elettriche, è destata dal campo magnetico che si forma intorno al flusso elettrico, e quindi dalla autoinduzione del circuito stesso.

Un circuito oscillante è dunque un circuito che comprende un condensatore C sulle cui due armature si stabilisce la differenza di potenziale, e una autoinduzione L; il condensatore permette di stabilire una differenza di potenziale e di accumulare una sufficiente quantità di massa elettrica, l'autoinduzione produce l'inerzia senza la quale non si avrebbe oscillazione. Inoltre la resistenza propria del conduttore, o ciò che si dice la resistenza ohmica, deve essere al disotto di un certo valore perchè il flusso si stabilisca liberamente. Se si indica con L l'autoinduzione del circuito, con C la capacità del condensatore e con R la resistenza ohmica del conduttore si dimostra che deve essere

FIG. 36.

$$R^2 < \frac{4L}{C} \,. \tag{125}$$

In queste condizioni la frequenza propria del circuito si suole esprimere con

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{126}$$

e quindi la lunghezza d'onda corrispondente sarà

$$\lambda = 2\pi c \sqrt{LC} \quad (^1) \tag{127}$$

in cui c è la velocità di propagazione delle onde.

(1) Quanto alle unità che compaiono in questa formola si può osservare che se la induzione L si misura in microhenry e la capacità C in microfaraday, la lunghezza d'onda λ in metri è data da

$$\lambda = 1885 \sqrt{\mu H \times \mu F} \,.$$

Il circuito oscillante può anche prendere una forma aperta, in cui i due piatti del condensatore vengono posti agli estremi. Questa è anzi l'innovazione più importante introdotta dal MARCONI fin dall'inizio delle sue ricerche, e che ha reso possibile, la radiotelegrafia e tutte le sue meravigliose estensioni.

In questa forma il circuito oscillante prende il nome di *antenna*, ed è paragonabile, nel fenomeno acustico, ad un'asta vibrante.

L'oscillazione che si produce in un circuito oscillante, anche quando la resistenza ohmica fosse ridotta al minimo possibile è sempre accompagnata da una dispersione di energia, e quindi è una oscillazione *smorzata*, ossia un'onda in cui l'ampiezza di oscillazione va diminuendo. Per le applicazioni alla radiotelegrafia anche le onde smorzate sono sufficienti. Non così per la radiotelefonia che è basata sulla *modulazione* di un'*onda portante continua*. Per ottenere una oscillazione continua, in cui cioè l'ampiezza della oscillazione resti costante, bisogna poter comunicare al circuito l'energia che si va disperdendo, o provocare nel circuito onde forzate da una opportuna sorgente di corrente alternata. Oggi il problema si risolve mediante le valvole termoioniche che hanno permesso tanto meravigliosi progressi in questa e in altre parti della elettrotecnica.

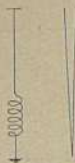



FIG. 37.

123. **Come si propagano.** — Intorno al circuito oscillante si formerà un campo di forze elettriche e magnetiche che seguirà le oscillazioni del circuito, e le perturbazioni del campo saranno propagate nello spazio etere con la velocità e con le leggi con cui si propagano le altre perturbazioni, per esempio quelle della luce.

Si può infatti verificare che le onde elettriche si comportano come le onde luminose: MAXWELL l'aveva dedotto nella sua teoria elettromagnetica. HERTZ lo ha dimostrato sperimentalmente. Si tratta, anche in questo caso, di vibrazioni trasversali

della materia che forma lo spazio. Le vibrazioni hanno un *vettore elettrico* ed un vettore *magnetico* ortogonali fra loro, ed entrambi nel piano perpendicolare alla direzione di propagazione. Le onde si *riflettono*, si *rifrangono*, si *diffrangono*, si *polarizzano*, come si riflettono, si rinfrangono, si diffrangono, e si polarizzano le onde luminose.

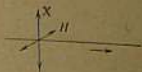



FIG. 38.

Esistono anche per le onde elettriche sostanze *opache* e sostanze *trasparenti*. Sono opachi i corpi conduttori. In questi sappiamo che esistono corpuscoli liberi, ossia sciolti dai vincoli atomici, e formano una specie di gas elettronico. L'energia elettrica che incontra nello spazio un corpo conduttore sarà facilmente assorbita da questo gas, in una profondità più o meno grande secondo la intensità e la qualità della energia, e la quantità dei corpuscoli.

Sono invece trasparenti i corpi non conduttori. Le perturbazioni trasportate dalle onde si propagano anche allo spazio intramolecolare e intratomico della sostanza, e non ne sono assorbite perchè non sono presenti corpuscoli che possano trasformare l'energia raggiante in energia vibratoria, essendo il periodo di oscillazione dei corpuscoli di tutt'altro ordine da quello dell'energia delle onde elettriche.

Ma, come per le onde luminose, la velocità di propagazione verrà modificata e la direzione dei raggi verrà deviata. Il rapporto tra la velocità delle onde nello spazio-etere libero, e quella nella sostanza trasparente, misura anche qui la deviazione dei raggi, e costituisce un *indice di rifrazione*. La teoria elettromagnetica di MAXWELL assegna la relazione che passa tra le costanti elettrica e magnetica della sostanza, e l'indice di rifrazione. Se si indica con ε la *costante dielettrica*, o potere induttore di una sostanza non conduttrice, e con n il suo *indice di rifrazione* la formola di MAXWELL è

$$\varepsilon = n^2$$

quindi, poichè $n = \frac{c}{V}$, sarà

$$V = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} \quad (^1)$$

quando la costante magnetica si può porre eguale all'unità. Se poi importa tener conto anche della costante magnetica μ, la formola per la velocità V diventa

$$V = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}} .$$

Questa rifrazione è quella che permette l'arrivo di onde elettriche su zone alle quali non potrebbero giungere nè direttamente nè per diffrazione. Se in un punto A della superficie della terra si producono onde elettriche queste potranno liberamente propagarsi in tutto il semispazio superiore al piano T tangente alla superficie terrestre, poichè la terra si ritiene come conduttrice. Al di sotto di quel piano si avrà un campo di diffrazione D in cui sarà ancora possibile sentire le onde, ma solo in zone d'interferenza, e la intesità andrà rapidamente decrescendo fino ad essere praticamente insensibile al di fuori di un piccolo angolo.

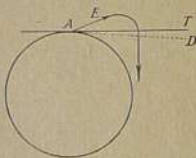



FIG. 39.

Ma i raggi di propagazione che sono diretti nel semispazio superiore a T devono attraversare l'atmosfera. L'indice di rifrazione va diminuendo a mano che ci si solleva negli strati superiori, i raggi di propagazione vanno dunque incurvandosi, come è rappresentato nella figura per il raggio E, fino a che arrivano ad incontrare strati superiori, sotto un angolo maggiore dell'angolo limite. Allora il raggio viene totalmente riflesso e ripiega il suo cammino verso la superficie terrestre.

(1) Confronta Cap. Quinto, § II, form. 115.

Lo strato atmosferico su cui si compie la riflessione è noto col nome di strato di HEAVISIDE, la sua altezza dipende dalla ionizzazione dell'aria e va variando durante il giorno. Si suole ammettere che si possano verificare anche riflessioni multiple fra gli strati atmosferici e la superficie terrestre. Le onde che hanno subìto una o più riflessioni sono parzialmente polarizzate, analogamente a quello che avviene per la luce. I raggi che riescono ad attraversare tutto l'involucro atmosferico proseguono certamente il loro cammino rettilineo.

Quanto alla natura del mezzo in cui le onde si propagano i fenomeni che cadono sotto le nostre ricerche sperimentali rivelano una meravigliosa regolarità nella trasmissione delle onde, non ostante le complicazioni della ionizzazione atmosferica. Basta pensare alle migliaia di stazioni radiotelegrafiche e radiotelefoniche che continuamente lanciano onde con tutte le frequenze possibili, e spesso modulate; e d'altra parte alla possibilità di ricevere in ogni parte della superficie terrestre i segnali e le modulazioni di una determinata stazione sceverandole da tutte le altre, e spesso limitandosi alla esplorazione in uno spazio limitatissimo come è quello di un quadro di recezione, o una piccola antenna.

Quanto alla recezione delle onde tutto si riduce disporre un circuito oscillante che possa funzionare da risuonatore all'onda che si vuol ricevere, e quindi regolare la capacità, o la induttanza, o entrambe, nel circuito che si adopera, fino ad avere la risuonanza voluta.

Quando si vuole ricevere solo la modulazione di una onda è necessario che nel circuito ricevente si provochi una oscillazione sincrona all'onda portante, gli apparecchi che servono per l'ascolto non sono sensibili per l'onda portante, perchè la sopprimono, ma lo sono per le sue modulazioni.

Ad una stazione ricevente abbastanza lontano dalla trasmittente giungeranno in generale raggi di onde da varie direzioni, e che hanno fatto cammino diverso, per esempio onde che giungono per propagazione rettilinea parallela alla superficie

terrestre, ed onde riflesse, od anche onde riflesse da strati diversi e ad altezze diverse. Questi vari raggi, pur essendo partiti da una stessa antenna emittente, hanno però fatto cammino diverso, e attraversato zone di diverso indice di rifrazione, quindi sovrapponendosi daranno luogo a fenomeni di interferenze che si manifestano con periodici indebolimenti dell'onda, conosciuti col nome di fading.

124. **Onde quasi-luce.** — Le onde che si adoperano nella radiotelegrafia e radiotelefonia occupano una zona vastissima nella gamma della energia raggiante, si va da lunghezze d'onda di vari chilometri, fino a lunghezza di alcuni metri, coprendo così circa dodici ottave ([1]).

Da qualche anno si è cominciato a sperimentare su onde inferiori ad un metro, fino ad onde di pochi centimetri, e sono quelle che comunemente si dicono ultra-corte, o micro-onde, e il Marconi chiama onde quasi-luce, appunto per l'analogia sempre più accentuata con l'onde luminose.

Queste onde non si ottengono con lo stesso procedimento delle altre, ossia provocando oscillazioni elettriche in un circuito che contenga insieme una capacità ed una induzione, perchè non sarebbe possibile costruirne con sì piccoli valori di L, e C, come si richiederebbe.

Le onde ultra corte vengono invece provocate nell'interno stesso delle valvole termoioniche, obbligando gli elettroni che escono dal catodo a compiere delle oscillazioni sincrone nello spazio compreso tra la griglia e l'anodo della valvola. Sono state costruite lampade termoioniche di vario tipo che rispondono a questo scopo. Naturalmente l'energia interessata in questa oscillazione nell'interno delle valvole è molto piccola, ma si

([1]) Si adopera spesso questa locuzione dai fisici nel designare la estensione di una zona di lunghezze d'onda diverse, riferendosi alla analogia con l'acustica. Così partendo da un'onda di 1000 metri, fino ad una di 500 metri, si dice che corre un'ottava perchè l'onda di 500 metri ha una frequenza doppia di quella di 1000 metri, come l'ottava di una nota ha un numero di vibrazioni doppie della nota stessa.

riesce a far oscillare un circuito esterno, in risonanza con l'oscillazione interna della valvola, adoperando un risuonatore del tipo di LECHER, ossia due fili paralleli che finiscono in un condensatore. L'energia emessa da questo sistema esterno si trasmette ad una antenna di pochi centimetri, che si può porre nel fuoco di uno specchio parabolico, e si ha così una emissione di onde a fascio, ossia indirizzate secondo l'asse principale della parabola.

Queste onde, appunto per essere a fascio non possono essere raccolte che sulla direzione stessa della emissione, ma sono come le altre suscettibili di perturbazioni.

Le applicazioni d'onde ultra-corte sono soltanto agli inizi, ma si comprende come si sia in presenza di un campo molto vasto di ricerche e di applicazioni.

125. **Echi.** — Un fenomeno del tutto naturale e prevedibile nella propagazione delle onde elettromagnetiche è la riflessione che esse subiscono da strati conduttori di materia ionizzata. Quando l'angolo d'incidenza è un angolo retto le onde riflesse procederanno nella stessa direzione della onda incidente, ma in senso inverso. Si ha in questo caso un ritorno dell'onda sulla stazione emettente, del tutto analogo al fenomeno luminoso e acustico. E dalla analogia col fenomeno acustico questi ritorni di onde sono ormai noti col nome di *eco*.

La riflessione delle onde elettromagnetiche dagli strati atmosferici è più facile per le onde corte che per le lunghe. In generale si richiede che la possibile penetrazione dell'onda nello strato sia proporzionata alla lungheza dell'onda.

Le esperienze su questo campo sono ancora troppo limitate, ma alcuni risultati che sembrano accertati mostrano l'importanza di queste ricerche.

Il ritorno di un segnale facilmente riconoscibile sembra essere stato verificato a distanze di tempo molto variabili, da 1/1000 di secondo, corrispondente dunque ad una distanza dello strato riflettente di circa 150 chilometri fino a 1/10 di secondo corrispondente ad una distanza totale di 30000 km.

Ma sembra si siano riscontrati echi di onda anche a distanza di qualche minuto primo. Se ciò fosse confermato si dovrà ammettere che nello spazio interplanetario possono esistere strati riflettenti, e non è escluso che si possa provocare riflessioni da corpi celesti vicini.

Una specie di eco impropriamente detto è il ritorno di un'onda che abbia fatto il giro della terra. L'intervallo di tempo in questo caso è di circa 1/7 di secondo, il tempo cioè necessario per percorrere una traiettoria di circa 40.000 km. Questo ritorno può anche essere multiplo e in alcuni casi si è inteso un segnale ritornare tre o quattro volte alla stazione di partenza.

§ 2. — *Onde sensibili.*

126. **Raggi di calore.** — L'energia raggiante portata da onde la cui lunghezza è compresa tra un millimetro e un millesimo di millimetro si manifesta sotto forma di calore, e reciprocamente un corpo caldo emette energia raggiante con lunghezze d'onda comprese in quell'intervallo. In generale un corpo che emette luce emette anche calore, conforme a quanto dimostra l'esperienza e la legge di WIEN. Importa poter separare dallo spettro di emissione di un corpo la parte che appartiene alla zona calorifica. Ciò si fa servendosi del forte potere riflettente che hanno alcune sostanze per queste onde. Vi sono delle sostanze trasparenti per le onde luminose, ma opache per onde dell'ultrarosso, come vi sono sostanze trasparenti soltanto per onde calorifiche.

Il RUBENS [1] servendosi appunto di una riflessione multipla della energia sopra sostanze che sono trasparenti per altre onde, come sono il quarzo, il salgemma, la silvina, e altri clo-

[1] RUBENS, *Das ultrarote Spektrum* u... Sitzb. d. Preuss. Ak. passim 1913-1917.

ruri e bromuri, giunse a separare raggi con lunghezza d'onda di 342 micron. Quando ad un fascio di energia si è fatta subire una riflessione multipla, oppure una rifrazione selettiva, che assorbano l'energia ad onde minori, ciò che rimane prende appunto il nome di raggi residui, e appartengono alla zona dell'ultrarosso, o dei raggi calorifici. Questi raggi si fanno cadere sopra un termometro molto sensibile, o sopra un bolometro in cui il riscaldamento subito da fili metallici sottilissimi è misurato dalla variazione di resistenza elettrica.

Se si osservano i valori di λ per raggi residui isolati dopo varie riflessioni si può verificare una relazione tra le grandezze molecolari e la lunghezza d'onda corrispondente. Così per i cloruri si hanno questi valori

Salgemma	$NaCl$	52^{μ}
silvile	KCl	63,4
	$AgCl$	81,5
	$HgCl_2$	95
per i bromuri	$NaBr$	55
	KBr	83
	$AgBr$	112,7 .

Come si vede la lunghezza d'onda cresce col crescere della massa molecolare.

Ciò conferma la persuasione che i raggi caloriferi siano connessi con i moti molecolari.

HELMHOLTZ, STOKES, WIEDEMANN, già oltre cinquanta anni fa ritenevano che alle vibrazioni molecolari fossero dovuti gli spettri di emissione a bande che, come più tardi si è verificato, si ritrovano nella zona delle onde calorifiche.

Anche oggi si ritiene generalmente che i raggi a grande lunghezza d'onda siano dovuti alle oscillazioni delle molecole. Queste oscillazioni, a loro volta, possono prodursi in due modi, o come risultante dei moti che esistono nei corpuscoli integranti della molecola, o come effetto della energia cinetica molecolare che costituisce il calore della sostanza e che si manifesta nelle

escursioni possibili delle molecole e negli urti scambievoli. Il SOMMERFELD [1] tratta il problema delle oscillazioni molecolari con gli stessi criteri quantistici con cui si studiano gli altri problemi delle oscillazioni atomiche e delle oscillazioni corpuscolari. I gradi di libertà della molecola dipendono dalla simmetria stessa della molecola.

Ma anche in questo campo le nostre conoscenze sono ancora troppo limitate per potere assegnare una teoria dei fenomeni.

127. **Raggi visibili.** — L'emissione di energia raggiante nella zona dei raggi visibili suole ascriversi alle oscillazioni atomiche.

Quando il BALMER [2] per la prima volta assegnò una formola in cui era possibile rappresentare le strie di emissione dell'idrogeno sembrò si fosse fissata la legge di produzione dei raggi di luce con l'analogia delle note caratteristiche, e delle note concomitanti che sono emesse da un corpo sonoro.

Ma a mano a mano che si sono allargate le ricerche e i risultati sperimentali si è anche veduto complicarsi il problema della distribuzione in formole delle strie di emissione.

In nessun caso è possibile rappresentare tutte le strie di emissione di una determinata sostanza, anche nei casi più semplici, con una sola serie, si riscontra sempre la coesistenza di più spettri che costituiscono un s i s t e m a d i s e r i e s p e t t r a l i. Presso autori diversi queste varie serie sono diversamente denominate, il che dimostra che sono incompletamente conosciute, e poco definite, anche rispetto al loro numero. Ne indichiamo qui le quattro più importanti con le denominazioni che sembrano oggi le più comuni.

Serie stretta	che si designa con *s*
serie principale	» » » *p*
serie diffusa	» » » *d*
serie fondamentale	» » » *f*

(1) A. SOMMERFELD, *Atombau u. Spektrallinien*, p. 248, 508.
(2) J. J. BALMER, *Notiz über die Spektrallinien des Wasserstoffs*. Ann. Phys. Chem. v. 25, p. 80 (1885).

Le lettere *s, p, d, f*, sono ormai generalmente usate e corrispondono alle denominazioni inglesi, e a queste abbiamo adattato le denominazioni nelle quali è conservata la prima lettera. La serie *d* e la serie *s* indicano con la loro specificazione l'aspetto con cui si presentano le strie. A queste serie se ne sogliono aggiungere altre adoperando le lettere successive nell'ordine alfabetico, *g, h*,...

Se ci riferiamo alla formola 71), alla quale corrisponde la 86), che a sua volta è la forma più generale della serie BALMER-RYDBERG-RITZ, il quanto azimutale introdotto nella serie di BOHR prende i valori da 1 a 6 per le serie nell'ordine con cui sono state assegnate, cioè

quanto azimutale	1 2 3 4 5 6
serie corrispondente	*s p d f g h* .

Non sempre le serie spettrali sono costituite da singole strie. Si hanno serie con doppietti, e serie con tripletti nelle quali si riscontrano strie doppie o strie triple. È noto, per esempio, che lo spettro del sodio è costituito da strie doppie, e nello spettro solare la riga D, che appartiene appunto al sodio, si può con un discreto spettroscopio separare nelle due strie D_1 e D_2 che differiscono tra loro per una distanza di 6 unità ängstrom nella lunghezza d'onda. Sembra che le serie a doppietti siano proprie di atomi a valenza dispari, mentre quelle a tripletti appartengono ad atomi a valenza pari. Non mancano esempi di strie anche più complesse.

Un'altra complicazione nello studio degli spettri di emissione è dovuta al fatto che gli atomi dànno spettri diversi secondo che si trovano allo stato neutro, ossia posseggono tutti gli elettroni che gli competono, oppure allo stato ionizzato, e in questo caso secondo il grado di ionizzazione dato dal numero di segni che accompagnano il simbolo chimico dell'atomo [1].

Quanto al meccanismo della emissione è sempre ai moti

[1] Vedi numero 65 sull'atomo ionizzato.

oscillatori dei corpuscoli intraatomici che si deve risalire, benchè si ritenga che la energia luminosa debba ascriversi all'atomo. L'atomo neutro non emetterebbe energia, neppure nel caso di un moto oscillatorio, se le sue cariche elettriche fossero distribuite secondo una simmetria sferica. Ma i moti corpuscolari che si compiono nell'interno dell'atomo provocano variazioni dell'energia intraatomica nel passaggio da un livello ad un altro, e quando questa variazione non è compensata nell'interno dell'atomo deve essere compensata con una variazione di segno contrario nella energia dello spazioetere. Quindi il passaggio da un livello interno ad uno esterno (1) che si fa contro la forza di attrazione nucleare sarà compiuto con energia presa dal di fuori, mentre il passaggio inverso da un livello esterno ad uno interno, che si fa secondo le forze attrattive costituisce una liberazione di energia e si manifesta con emissione nello spazio-etere.

Quando l'atomo non è neutro anche i moti oscillatori dell'atomo possono provocare direttamente una perturbazione nello spazio, e gli stessi moti interni si compiono in condizioni diverse da quelle dello stato neutro, è quindi evidente che debbano aversi spettri diversi.

128. **Influenza di un campo magnetico esterno.** — I moti orbitali dei corpuscoli atomici sono dovuti al campo elettrico formato dal nucleo atomico, e formano a loro volta un campo magnetico perchè il moto di un corpuscolo elettrico equivale ad un filo di corrente.

È chiaro dunque che l'esistenza di un campo esterno elettrico, o magnetico, debba modificare il moto dei corpuscoli, e conseguentemente le strie di energia che essi emettono. Nel caso di un campo magnetico si verifica ciò che è noto col nome di *effetto* ZEEMAN (2).

(1) Confronta numero 57.

(2) P. ZEEMAN, *Zittingsvers.* Amsterdam. 5, p. 181, (1896), e *Philos. Magaz.* (5) 43, p. 226 (1897).

Sappiamo che l'azione di un campo magnetico sopra un filo di corrente produce uno spostamento del filetto perpendicolarmente al flusso di corrente. Se dunque si ha un filo di corrente circolare formato da un elettrone che percorre un cerchio intorno al nucleo, e perpendicolarmente al piano dell'orbita agisce un campo magnetico, l'effetto di questo sarà uno spostamento del filo verso il centro O oppure verso l'esterno secondo il senso di rotazione, e ciò equivale ad un raccorciamento del raggio dell'orbita, oppure ad un allungamento. Col variare del raggio varierà la velocità angolare, e, se dobbiamo ritenere che la frequenza della luce emessa dal corpuscolo ruotante dipende dalla velocità angolare, varierà altresì la frequenza dell'energia emessa.

Fig. 40.

Il Lorentz che per primo ha dato una teoria molto semplice del fenomeno Zeeman ha dimostrato che le due frequenze che si ottengono per l'effetto del campo distano egualmente dalla frequenza primitiva e quindi allo spettroscopio appaiono due strie egualmente distanti dalla stria primitiva [1].

Il fenomeno si presenterà in modo diverso secondo che è visto parallelamente alle linee di forza del campo magnetico, o perpendicolarmente al campo. Osservando parallelamente al campo gli elettroni che subiscono la variazione di frequenza sono quelli che ruotano in un piano perpendicolare al campo, e secondochè il senso di rotazione sarà sinistrorso, come nella figura, o destrorso, se in senso contrario, si avrà lo spostamento in un senso o nell'altro. Se contemporaneamente si avessero elettroni che compiono una oscillazione rettilinea e nella direzione stessa del campo, questa non subisce alcuna azione del campo e conserverà la sua frequenza, ma questa vibrazione dell'elettrone non sarebbe vista da chi osserva nella direzione del campo perchè sarebbe una vibrazione longitudinale rispetto alla propagazione della luce.

(1) H. A. Lorentz, *The Theory of Electrons*, Cap. III, n. 77 e segg. (1909).

Osservando invece perpendicolarmente al campo le oscillazioni circolari si manifesteranno come vibrazioni rettilinee e con le due frequenze alterate, la vibrazione parallela al campo si manifesterà come polarizzata anch'essa rettilineamente ma in direzione perpendicolare alle altre due, e con la frequenza primitiva inalterata.

Nel corpo emettente esisteranno di fatto corpuscoli che si trovano in tutti tre i casi, di vibrazione circolare destrorsa, circolare sinistrorsa, e rettilinea, perchè sono sempre molti i vibratori che emettono con una stessa frequenza. Esisteranno anche tutte le posizioni intermedie e allora l'azione del campo deve essere calcolata tenendo conto della inclinazione del piano orbitale dei corpuscoli. La teoria del LORENTZ di cui abbiamo dato qui solo un'idea si può estendere anche a casi più complessi. Le teorie che sono state date successivamente si fondano sulle ipotesi quantistiche.

129. **Influenza di un campo elettrico esterno.** — L'azione di un campo elettrico sulle strie di emissione fu scoperta solo molto più tardi dell'azione del campo magnetico, perchè non si era mai ricorsi a campi sufficientemente intensi. La scopersero quasi contemporaneamente lo STARK e il LO SURDO [1].

Gli atomi del gas residuo in un tubo di GEISSLER sono luminosi e si trovano in un campo elettrico, quindi sono nelle condizioni per potersi osservare l'azione del campo sulle strie di emissione, ma l'intensità del campo è troppo piccola perchè il fenomeno sia visibile, bisogna che la caduta di potenziale sia dell'ordine di 100 000 volt per centimetro. Lo STARK l'ottenne con un artificio aggiungendo un elettrodo ausiliare parallelo al catodo in un tubo a raggi canali, il LO SURDO si servì invece

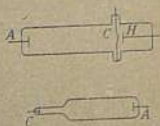



FIG. 41.

[1] STARK. *Berliner Sitzungsber*, 47, 932 (1913) e *Ann. d. Physik* 43, 965 e 983, (1914). A. LO SURDO, *Rend. R. Acc. Lincei* 23, p. 83 e segg. (1914).

della rapida caduta di potenziale che si può avere in un tubo GEISSLER nello spazio oscuro catodico,

L'azione di un campo elettrico sopra il moto orbitale degli elettroni si manifesta chiaramente ricorrendo alla espressione che abbiamo dato per la frequenza delle strie di emissione nella ipotesi quantistica [1].

$$\nu = R\left(\frac{1}{(n_r^f + n_\varphi^f)^2} - \frac{1}{(n_r^i + n_\varphi^i)^2}\right)$$

in cui la frequenza ν risultava dalla posizione

$$h\nu = dW .$$

Finchè non esiste un campo esterno e l'energia W è quella propria del livello atomico a cui appartiene il corpuscolo la frequenza ν è la stessa per le varie combinazioni dei due quanti, ma se esiste un campo esterno l'energia corrispondente è diversa al variare delle orbite che invadono spazi con potenziali diversi.

Basta pensare alle varie forme che prende l'orbita corrispondente ad uno stesso quanto globale.

FIG. 42.

Ciò vale in generale tanto per il caso del campo elettrico quanto per quello del campo magnetico, e quindi tanto per l'effetto *Stark-Lo Surdo* quanto per l'effetto *Zeeman*.

L'effetto proprio del campo elettrico è quello di separare le strie che in assenza del campo si sovrappongono in una stessa linea della serie di BALMER. E infatti una delle leggi date dal LO SURDO dice appunto che il numero delle strie che si ottengono dalla decomposizione di una stria iniziale è dato appunto dal numero che appartiene alla linea nella sua serie ossia da quello che rappresenta il quanto globale.

[1] Vedi capitolo quarto, n. 83, form. 90.

§ 3. — *I raggi X.*

130. **Misura della lunghezza d'onda.** — Nello studio della natura dell'energia raggiante e della struttura dei corpi anche più che non i fenomeni della luce visibile, hanno importanza quelli che si riferiscono ai raggi X, che sono dovuti alle vibrazioni proprie degli elettroni nell'involucro atomico.

La natura di questi raggi e la misura della lunghezza d'onda relativa si sono potuti conoscere seguendo il suggerimento del LAUE di servirsi dei cristalli naturali come ci si serve dei reticoli per l'analisi dei raggi visibili. Nei reticoli artificiali il numero delle strie disegnate su un millimetro non raggiunge il migliaio, nei cristalli il numero dei centri di diffrazione allineati sopra un millimetro è dell'ordine di milioni. E poichè la separazione delle strie di energia raggiante per effetto della diffrazione si può ottenere quando la lunghezza d'onda dell'energia è dello stesso ordine della distanza fra le strie del reticolo, così con i reticoli artificiali si può avere la separazione di linee spettrali dell'ordine di decimi di micron, mentre con i reticoli naturali che sono i cristalli la separazione si può avere su linee spettrali la cui lunghezza d'onda è di diecimilionesimi di millimetro.

Le prime esperienze [1] si facevano fotografando la diffrazione che si otteneva per trasparenza con le lamine cristalline, ossia ponendo una lastra fotografica perpendicolarmente al cammino dei raggi dietro la lamina cristallina che funzionava da reticolo.

Il BRAGG [2] si serve piuttosto dei raggi riflessi, o meglio

(1) W. FRIEDRICH, P. KNIPPING e M. LAUE, *Sitzungsber d. K. Bayer. Ak. d. Wiss.*, p. 303, 363 (1912). *Jahrbuch für Radioaktivität und Elektronik* 11, 308 (1914).

(2) W. BRAGG, *X-Rays and Crystal Structure*. Bell, London 1ª ed. 1916. 5ª ed. 1925.

dei raggi diffratti dalla stessa superficie su cui cade il fascio di raggi X.

Supponiamo che sui piani P_1 P_2 ... che rappresentano i piani di sfaldatura del cristallo siano distribuiti i centri di diffrazione rappresentati dai punti e un fascio di raggi X venga a cadere sul cristallo con un angolo di inclinazione ϑ in modo che i centri di diffrazione A, B, C rimandino raggi nella direzione di riflessione AR, BR, CR,... È chiaro che affinchè queste riflessioni diano un raggio efficace è necessario che su AR giungano con la stessa fase.

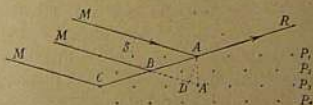



FIG. 43.

La figura mostra che la differenza di cammino tra il raggio MAR e il raggio MBR è data dal segmento A'D, ottenuto conducendo la AD perpendicolare al cammino dei raggi, perchè sulla AD tutti i raggi giungerebbero con la stessa fase. D'altra parte dal triangolo rettangolo ADA' in cui l'angolo acuto in A è eguale all'angolo ϑ si ha che $A'D = AA'$ sen ϑ e poichè AA' è eguale a due distanze dei piani riflettenti, se diciamo d la distanza unitaria potremo porre che la condizione che su AR i raggi riflessi arrivino con la stessa fase è data dalla relazione

$$\lambda = 2d \operatorname{sen} \vartheta \ .$$

La sovrapposizione efficace dei raggi si potrà avere ogni volta che la differenza di cammino è un numero intero di lunghezze d'onda, quindi più in generale si potrà porre

$$n\lambda = 2d \operatorname{sen} \vartheta \ . \tag{128}$$

E analogamente a quello che si ha per la luce visibile i valori di ϑ ai quali corrispondono valori di n eguali ad 1, 2, 3, ecc. daranno rispettivamente spettri di 1°, 2°, 3°... ordine.

Allora se per un determinato cristallo si può assegnare il valore di d, ossia la distanza tra i piani di riflessione del cristallo, la determinazione dell'angolo ϑ sotto cui si può raccogliere un raggio di diffrazione permetterà di determinare il valore di λ dei raggi adoperati.

Ma la formola permette anche di risolvere il problema inverso, cioè conoscendo la lunghezza d'onda di raggi X adoperati si può determinare la distanza d esistente tra i piani.

131. **La distribuzione dei centri di diffrazione.** — Questo secondo problema della determinazione della distanza tra i piani di riflessione dei cristalli è stato studiato specialmenle dai Professori BRAGG. Era necessario avere un valore conosciuto da cui cominciare le ricerche perchè fino a che tanto d quanto λ sono ignoti l'esperienza non può dare alcun risultato.

E il primo valore fu assegnato per la d del salgemma determinando le dimensioni che bisognava dare al cubo elementare del cristallo, ossia allo spazio che si deve assegnare ad una molecola di Na Cl. Supponendo, come è ragionevole, che il cristallo che ha forma cubica, sia costituito da elementi cubici, e conoscendo la densità del salgemma e il peso della molecola di Na Cl si pervenne facilmente alla determinazione dello spigolo del cubo elementare. I risultati però dimostrarono che esistevano due specie diverse di piani di riflessione, e con intensità diverse, e la diffrazione presentava caratteri diversi secondo che si adoperava come superficie riflettente la faccia del cubo, o quella dell'ottaedro regolare che appartiene alla stessa simmetria. Ciò dimostra che i centri di diffrazione sono di due specie diverse, e quindi non alle molecole, ma ai singoli atomi deve ascriversi il fenomeno di diffrazione. Più esattamente diremo che il nucleo dell'atomo di Na e quello dell'atomo Cl sono i veri centri di diffrazione, e questi sono distinti nel salgemma e distribuiti alternativamente.

Questo risultato si ritrova non solo in tutti gli altri sali che hanno la stessa struttura chimica, ma anche in tutte le altre sostanze composte, in modo che deve ritenersi che nelle molecole dei corpi composti i nuclei degli atomi componenti restano distinti tra loro. Quanto al modo con cui si comportano gli involucri elettronici il metodo dei raggi X non può dirci niente perchè la diffrazione che essi producono non ha alcuna efficacia [1].

132. **Le serie spettrali di raggi X.** — I raggi X eccitati da un fascio di raggi catodici che cadono sull'anticatodo sono caratteristici del metallo di cui l'anticatodo è fatto, e lo studio dello spettro a raggi X proprio di ciascun elemento è stato straordinariamente fecondo per la conoscenza della struttura dei corpi.

I primi studi del BARKLA [2] sul potere penetrante dei raggi X aveano dimostrato l'esistenza di due specie di raggi che il BARKLA aveva distinto col nome di serie K e serie L, di cui i primi sono molto più penetranti dei secondi, il che corrisponde ad una frequenza maggiore e lunghezza d'onda minore.

Quando si conobbe il metodo del LAUE il MOSELEY [3] riprese su più ampia scala le ricerche del BARKLA sulla natura dei raggi X emessi dai corpi, e riscontrò che le strie appartenenti alla serie K hanno frequenze successivamente crescenti al crescere del peso atomico degli elementi dai quali sono emessi. Il numero d'ordine che spetta agli elementi secondo la frequenza crescente delle strie K coincide con quello che loro spetta nella serie dei pesi atomici crescenti. Anche la serie L già riconosciuta dal BARKLA ha lo stesso comportamento.

Il numero d'ordine riconosciuto dal MOSELEY è quello

(1) Una più ampia trattazione di questo tema può trovarsi nella *Fisica dei Corpuscoli*, Cap. XI.

(2) C. G. BARKLA, *Philos. Magaz.* VII. p. 543 (1904).

(3) G. I. MOSELEY, *The High-frequency Spectra of the Elements.* Phil. Mag. v. 26, p. 1024 (1913) e v. 27. p. 703 (1914).

che oggi chiamiamo il numero atomico dell'elemento. Il MOSELEY assegnò anche una formola che dà la freguenza dei raggi X emessi da un elemento in relazione del numero atomico Z, la sua formola è

$$\nu = A(Z - b)^2 \tag{129}$$

in cui A e b sono delle costanti. La formola del MOSELEY non è rigorosa perchè ne risulterebbe la linearità di $\sqrt{\nu}$ rispetto a Z, infatti la formola può scriversi

$$\sqrt{\nu} = a(Z - b)$$

dove a è al posto di $\sqrt{A}$, ma questa linearità non si riscontra che approssimativamente, dovrebbe aggiungersi un secondo termine in Z^2.

Questi importantissimi studi del MOSELEY furono interrotti dalla morte del giovane fisico all'inizio della grande guerra, ma furono ripresi con molto frutto da vari autori.

Nel 1916 il SIEGBAHN trovava una nuova serie M, e successivamente DOLEJSEK, HJALMAR, le altre serie. Oggi si conoscono sette serie di raggi X, le serie K, L, M, N, O, P, Q, corrispondenti ad altrettanti strati di distribuzione dei corpuscoli nell'involucro atomico.

Ciascuna serie o gruppo principale di strie contiene dei sottogruppi, il numero dei sottogruppi appartenenti a ciascuna serie è dato dal numero d'ordine della serie, quindi alle serie

K L M N O P Q

appartengono un numero di sottogruppi

1 2 3 4 5 6 7.

Il numero di strie appartenenti a ciascun gruppo non è ancora del tutto accertato. Nella serie K sono conosciute 4 strie principali e altre minori, nella serie L sono state viste fino a 24 strie nel tungsteno.

133. Come si formano i raggi X. — La prima idea del Bohr che i raggi X fossero prodotti dai moti orbitali degli elettroni intorno al nucleo fu abbandonata, come altrove abbiamo detto, perchè non si vedeva come si potessero conservare i moti stessi se si compiono con emissione di energia. Oggi si ritiene che l'elettrone emette soltanto quando passa da uno strato esterno ad uno più interno, nel qual caso una certa quantità di energia potenziale viene trasformata in energia cinetica.

Nel Capitolo Quarto abbiamo calcolato la variazione di energia che si verifica nel passaggio da un livello ad un altro. Ogni volta che la variazione dW è positiva si ha un lavoro positivo compiuto dalle forze elettriche e questo si manifesta con una emissione di energia. La frequenza della energia si calcola con l'ipotesi di Einstein eguagliando la variazione di W al prodotto $h\nu$ del quanto h di Planck con la frequenza dell'energia emessa.

La serie alla quale appartiene la stria emessa è denominata dallo strato su cui viene a fermarsi l'elettrone. Così sono strie della serie K quelle emesse da elettroni che da uno strato esterno vengono a cadere sullo strato K che è il più interno, strie della serie L quelle emesse da elettroni che vengono a fermarsi sul secondo strato L e così di seguito.

Ma perchè si verifichino cadute di elettroni dagli strati esterni a quelli interni è necessario che l'atomo sia stato eccitato, ossia che energia pervenuta dall'esterno abbia estratto qualche elettrone dagli strati più interni.

Nel caso ordinario di produzione di raggi X si ha un fascio catodico che si fa cadere sopra l'anticatodo. L'energia portata dagli elettroni che formano il fascio catodico è misurata dal prodotto eV in cui e è la carica dell'elettrone, e V il potenziale di eccitamento che produce la scarica nel tubo. Se tutta questa energia va trasformata in energia raggiante sotto forma di raggi X dovrà aversi l'eguaglianza

$$eV = h\nu .$$

Il valore di ν che si ricava da questa eguaglianza rappresenta il massimo di frequenza che si può riscontrare nei raggi X

emessi in un tubo in cui la differenza di potenziale agli elettrodi sia V. Infatti l'eguaglianza si riferisce al caso in cui tutta l'energia eV si trasformi in raggi X. In generale si verificherà una perdita di energia, e se questa perdita la indichiamo semplicemente con ε l'eguaglianza dovrà scriversi

$$eV = h\nu + \varepsilon \tag{130}$$

e la frequenza ν che si ricava di qui è necessariamente minore di quella che si aveva nel caso precedente.

In ogni caso il potenziale V che deve adoperarsi deve esser tanto più grande quanto maggiore è la frequenza dei raggi che si vuole eccitare.

La tabella seguente dà alcuni valori in chilovolt del potenziale necessario per eccitare raggi delle serie K, L, M, N, rispettivamente. Siccome le frequenze diminuiscono passando dalla serie K alla L, e così via, così diminuisce anche il potenziale necessario per la eccitazione

		K	*L*	*M*	*N*
U	(92)	115 *kv*	21.7	5.54	1.44
Hg	(80)	82.9	14.8	3.57	0.82
Ba	(56)	37.4	5.99	1.29	0.25
Zn	(30)	9.75	1.20		
Ca	(20)	4.03			

A questi potenziali corrispondono frequenze massime rappresentate dai numeri seguenti [1]

		K	*L*	*M*	*N*
U	(92)	8477	1603	408	106
Hg	(80)	6115	1094	273	63
Ba	(56)	2756	440	94	18
Zn	(30)	711	80	10	
Ca	(20)	297	25		

[1] I numeri qui riportati sono i valori di $\frac{\nu_0}{\nu_\infty}$ in cui

$$\nu_\infty = 3.29057 \times 10^{15}\ \text{sec.}^{-1}$$

che è la frequenza fondamentale di RYDBERG.

Ma l'energia necessaria per eccitare un atomo, e l'energia emessa dal corpuscolo che ricade sopra uno strato interno varia secondo il livello di energia.

Per ciò che riguarda i valori delle lunghezze d'onda relative agli stessi elementi ci limitiamo a dare alcuni valori limiti corrispondenti alla frequenza massima della serie K. Le lunghezze d'onda sono in ångstrom

U	(92)	0.1075
Hg	(80)	0.1491
Ba	(56)	0.3308
Zn	(30)	1.2967
Ca	(20)	3.0643

134. **Altre forme di raggi X.** — Le strie di raggi X di cui abbiamo parlato costituiscono lo spettro caratteristico delle sostanze emettenti.

Ma esiste altresì uno spettro continuo di radiazioni X emesse dai corpi. L'eguaglianza $eV = h\nu$ dà la freguenza massima che può essere ottenuta con un potenziale di scarica V. Ma in generale una parte dell'energia posseduta dai raggi catodici viene dispersa e la quantità ε di energia dispersa prende valori diversi da caso a caso. Ne segue che dopo il limite corrispondente al valore massimo di ν si avrà per ν minori una emissione variabile che costituisce uno sfondo esteso e che suol chiamarsi lo spettro continuo di raggi X.

Spesso le strie di emissione caratteristiche sono accompagnate da strie molto più deboli che prendono il nome di satelliti. Sembrano dovute al caso di espulsione contemporanea di più elettroni con successivo ritorno da livelli diversi da quelli propri dell'atomo.

Finalmente sono una forma di raggi X anche i raggi gamma emessi delle sostanze radiattive. In questo caso l'eccitamento dell'atomo si fa per energia proveniente dall'atomo stesso nella emissione di particelle alfa, o di raggi beta. Questa energia è molto più grande di quella che sogliamo produrre

con un campo esterno, e la frequenza dei raggi gamma è in generale maggiore di quella dei raggi X. Si conoscono raggi gamma la cui lunghezza d'onda è di qualche centesimo di ångstrom.

§ 4. — *Raggi cosmici.*

135. **Le radiazioni penetranti.** — Quando un conduttore, carico ad un potenziale abbastanza grande, viene isolato, la sua carica non resta costante ma va lentamente disperdendosi. Naturalmente basta la presenza di un gas, come l'aria, anche molto rarefatta, per dar ragione di questa dispersione della carica elettrica del conduttore.

Ma si può racchiudere il conduttore entro una camera in cui l'aria sia estremamente rarefatta, e non possa rinnovarsi. Sembra che allora, dopo una prima e leggera dispersione, il conduttore debba mantenere indefinitamente la sua carica. L'esperienza però dimostra che anche allora, benchè più lentamente, il conduttore va perdendo la sua carica.

Vari sperimentatori si sono provati a racchiudere il corpo carico, insieme ad un elettroscopio misuratore della carica, entro una camera di piombo. La scarica si verifica sempre. Si richiede uno spessore di vari centimetri di piombo per ridurre ad un minimo la dispersione.

Ciò fece pensare che attraverso le pareti che difendono il conduttore potessero passare dei raggi p e n e t r a n t i capaci di provocare la scarica del conduttore.

136. **Ricerche sperimentali.** — Le prime esperienze di questo genere risalgono ai primi anni di questo secolo. RICHARDSON pensò che questi raggi fossero di origine cosmica, ossia venissero dagli spazi interstellari. E si cercò di riprodurre il fenomeno a varie altezze per vedere se si verificassero variazioni di intensità di questa radiazione incognita.

Il GOCKEL nel 1910 fece osservazioni con un pallone in cui era chiuso un elettrometro e trovò che a 4500 metri di

altezza la radiazione era più intensa che sulla superficie della terra.

Il KOLHÖRSTER nel 1913 verificò che a circa 1000 metri dal suolo la scarica del conduttore diminuiva, ma poi andava crescendo e verso i 9000 metri era sette volte più intensa che al suolo.

Le esperienze furono riprese dopo la guerra e MILLIKAN e BOWEN (1) verificarono con palloni sonda un aumento nella intensità della radiazione, fino ad una altezza di 15 500 metri, benchè non così grande come avrebbero suggerito le precedenti esperienze.

137. Misura del potere penetrante. — Le ricerche che su questo soggetto si sono fatte in questo ultimo decennio tendono a studiare la natura di questa radiazione colle esperienze che si possono fare sulla superficie terrestre.

Si è cercato di misurare il *potere penetrante* di questi raggi incogniti, e di secernere raggi di diversa penetrazione, circondando il conduttore con strati di materia conduttrice di vario spessore. Il modo più facile per questo scopo è di immergere nell'acqua la camera che contiene il conduttore e l'elettroscopio, e misurare come varia il fenomeno, della dispersione della carica elettrica, in relazione con lo spessore di acqua interposto tra la camera e l'atmosfera.

Così il KOLHÖRSTER (2) in Europa, e MILLIKAN (3) in America misurano il coefficiente di *assorbimento* relativo ad un metro d'acqua, ossia la riduzione che subisce l'intensità della radiazione per ogni metro di acqua che deve attraversare. Si preferisce di eseguire questa esperienza sui laghi montani per evitare le acque più basse che contengono generalmente una sensibile radiattività dovuta alle emanazioni del suolo.

(1) Ph. R. 22, 198, (1923), 27 353 (1926) e successivamente.
(2) Vedi *Ztschr. f. Physik* passim negli ultimi anni.
(3) Vedi *Phys. Rev.* e *Proc. Nat. Ac. Sc.* passim negli ultimi anni.

138. **Misura di intensità della radiazione.** — La intensità della radiazione si misura comunemente col numero di ioni che essa provoca per ogni centimetro cubo e per ogni secondo. È noto che una particella alfa, che è capace di attraversare alcuni centimetri di aria alla pressione normale, libera nel suo passaggio un grande numero di elettroni dalle molecole di aria, lasciandole così ionizzate. Si capisce dunque come il numero di ioni liberati è proporzianale alla penetrazione della particella alfa e al numero di particelle alfa che agiscono. Quello che si dice per una particella alfa si può ripetere per un raggio beta, e proporzionatamente per un raggio gamma, e in generale per una radiazione penetrante. D'altra parte il numero di ioni presenti in uno spazio si può misurare con molta precisione servendosi di elettroscopi molto sensibili ai quali si può fare arrivare una radiazione filtrata. MILLIKAN e CAMERON nel 1925 dimostrarono l'esistenza di radiazione penetrante al livello del mare con un potere ionizzante di 1,4 ioni per cmc. e per secondo, e con coefficiente di assorbimento di 0,18 per cento, per ogni metro d'acqua. A Muir Lake, a 3590 m. sul livello del mare, trovarono una radiazione con potere ionizzante di 13,3 ioni per centimetro cubico e per secondo alla superficie del lago, e si riduceva a 3,6 ioni alla profondità di 18 metri nell'acqua.

In un lago più basso, a 2060 m. sul mare, si aveva una riduzione di ionizzazione analoga a quella del lago superiore ma le letture erano spostate di due metri di acqua, ossia si trovava a 16 m. di profondità quello che nel lago più alto si misurava a 18 metri. Questi due metri di acqua costituivano l'equivalente della differenza di altezza del livello del mare, in altri termini lo strato di aria tra i 2060 m. del lago inferiore, e i 3590 di quello superiore, produceva lo stesso effetto che uno strato di acqua di 2 metri.

Più recentemente MILLIKAN è riuscito a misurare l'intensità della radiazione a 236 metri di profondità nell'acqua. Le radiazioni che pervengono a questa profondita hanno un coefficiente di assortimento di 0,02 per metro di acqua.

139. Misura della energia dei raggi cosmici. — Il potere penetrante della radiazione è evidentemente connesso con la energia che essa possiede. Si può dunque mettere in relazione le grandezze misurate con l'energia della radiazione, e se si suppone che si tratti di corpuscoli l'energia si può calcolare con il potenziale in volta equivalente, servendosi della relazione

$$\frac{1}{2} mv^2 = eV .$$

In questa ipotesi il potenziale che dovrebbe assegnarsi a questi corpuscoli sarebbe dell'ordine di 10^{10} volta.

E se dalla energia si passa alla frequenza di un moto oscillatorio con la formola

$$h\nu = eV$$

si ottengono per ν valori dell'ordine di 10^{23}, e per la lunghezza d'onda, se si tratta di energia raggiante, il valore che si ottiene è dell'ordine di $\lambda = 10^{-13}$ cm. ossia mille volte più corta della lunghezza d'onda dei raggi γ di cui abbiamo parlato nel paragrafo precedente.

Quanto alla natura e all'origine di queste radiazioni i fisici sono ancora di diverse opinioni. L'ipotesi che oggi sembra prevalere è che questa energia sia dovuta all'annichilamento di corpuscoli. Ne parleremo nel capitolo successivo.

Intanto con queste radiazioni siamo all'estremo della scala delle lunghezze d'onda esplorate fino ad oggi.

CAPITOLO OTTAVO

Il ritorno della energia sui corpi

§ 1. — *Le trasformazioni della energia raggiante.*

140. **Azione dell'energia riflessa.** — L'energia esistente nello spazio viene comunicata ai corpi in modo che una parte ne viene assorbita mentre altra ne è riflessa ed altra lasciata passare. Se indichiamo con I_i l'intensità dell'energia incidente, con I_r quella dell'energia riflessa, con I_a quella assorbita, e I_t quella trasmessa il principio della conservazione della energia ci permette di scrivere l'eguaglianza

$$I_i = I_r + I_a + I_t \; . \tag{131}$$

I rapporti tra le quantità I_r I_a I_t e la intensità incidente I_i dipendono dalla natura del corpo, e in particolare I_r dipende dalle condizioni superficiali di esso. Si suol chiamare potere riflettente, e si suole indicare con R, il rapporto

$$R = \frac{I_r}{I_i} \; .$$

In generale quindi sarà $R < 1$, e il massimo valore che potrà assumere sarà l'unità, e allora si dice che il corpo presenta una riflessione metallica.

Ma il potere riflettente può variare anche col variare della lunghezza d'onda dell'energia incidente, alcuni corpi sono assorbenti per energia di una determinata frequenza, mentre sono riflettenti per altre frequenze.

L'energia raggiante che cade sopra un corpo produce una azione meccanica di pressione. Nel capitolo quinto abbiamo visto come si calcola questa pressione: il risultato si può enunciare dicendo che la pressione subita dalla unità di superficie del corpo è numericamente eguale alla quantità di energia contenuta nelle unità di volume dello spazio-etere. Quanto alle unità la pressione si calcola in dine per ciascun centimetro quadrato, l'energia dello spazio in ergon per ciascun centimetro cubico.

Ciò vale nel caso che il corpo che riceve l'energia sia perfettamente assorbente.

Se il corpo è invece riflettente si ha un fenomeno di reazione del corpo sullo spazio, il che equivale ad un aumento della pressione sul corpo.

Se indichiamo con p la pressione della luce, con E l'energia contenuta nell'unità di volume dello spazio-etere potremo scrivere per il corpo assorbente

$$p = E$$

ma se il corpo è riflettente, e il suo potere riflettente lo indichiamo con R, si dovrà porre

$$p = E(1 + R)$$

e poichè R è in generale minore di uno ma diventa eguale ad 1 se il corpo è perfettamente riflettente sarà in quest'ultimo caso

$$p = 2E .$$

Le considerazioni fatte valgono per il caso di una superficie disposta perpendicolarmente ai raggi che portano l'energia. Se ciò non fosse si dovrebbe introdurre il coseno dell'angolo di inclinazione.

La pressione qui considerata è un'azione meccanica che si misura sperimentalmente, e che in alcuni casi, come sembra verificarsi nella chioma delle comete, si manifesta come un vento che spinge il corpo nel senso stesso in cui si propaga l'energia.

141. Trasformazione dell'energia assorbita. — L'energia che dallo spazio arriva sui corpi, e in essi si trasforma, è l'energia assorbita, cioè, riferendoci alla formola 131 la quantità

$$I_a = I_i - (I_r + I_t).$$

La quantità I_r ha il suo effetto sul corpo, ma questo si riduce ad un urto meccanico.

Gli effetti che l'energia assorbita può produrre sui corpi che la ricevono possono ridursi a quattro classi principali: effetti calorifici, effetti chimici, effetti luminosi, effetti fotoelettrici. Di questi ultimi parleremo più largamente nel paragrafo successivo.

Gli effetti *calorifici* prodotti dalla energia raggiante che viene assorbita dai corpi consistono in un aumento di forza viva molecolare nella massa del corpo. L'esperienza quotidiana ci dimostra che ciò di fatto avviene, che cioè, in generale, un corpo esposto a raggi di energia raggiante, si riscalda. L'energia molecolare di cui si parla nel calore è una energia del moto disorganizzato [1] delle molecole. Quando l'agitazione molecolare diventasse organizzata, o meglio regolare, si potrebbero avere corrispondenti manifestazioni con emissione di raggi a grande lunghezze d'onda nella zona delle onde calorifiche.

Gli effetti *chimici* possono essere di combinazione o di decomposizione. Sappiamo che alcuni elementi possono

[1] Si suol chiamare disorganizzato il moto irregolare delle molecole di un corpo, specialmente nel caso di un gas, quando la velocità, la direzione, e la escursione delle molecole varia senza alcuna legge da una all'altra, salva sempre la legge di distribuzione statistica propria di tutti i grandi numeri.

combinarsi per la sola azione della luce, o del calore, mentre alcune sostanze composte sotto l'azione della luce si decompongono. L'energia portata dai raggi che giungono sul corpo può essere spesa nell'uno o nell'altro modo secondo il caso, e si avrebbe così trasformazione di energia raggiante in energia chimica.

142. **Trasformazione dell'energia raggiante in energia luminosa.** — L'energia raggiante assorbita da un corpo può manifestarsi sotto forma di luce. Naturalmente la luce prodotta dal corpo assorbente non è la stessa di quella portata dall'energia raggiante, perchè allora non si ha una trasformazione ma semplice riflessione o trasparenza. I fenomeni luminosi che sono effetto di trasformazione della energia raggiante si distinguono in fluorescenza e fosforescenza, secondo che la luce emessa dal corpo assorbente si manifesta durante l'azione dell'energia esterna, o successivamente. Nella fluorescenza la trasformazione è più immediata, nella fosforescenza si verifica un primo immagazzinamento di energia che successivamente si manifesta in una emissione di luce.

L'una e l'altra forma si suole includere sotto il nome di *luminescenza*, e in particolare di fotoluminescenza se anche l'energia raggiante che arriva sul corpo è sotto forma di luce.

La legge fondamentale a cui si adattono questi fenomeni è quella conosciuta sotto il nome di legge di STOKES, e che si enuncia dicendo che la lunghezza d'onda della luce emessa dal corpo è maggiore della lunghezza d'onda dell'energia raggiante che l'ha provocata.

Non è difficile comprendere che l'assorbimento di energia raggiante produca fenomeni di luminescenza perchè il fatto può ridursi ad un fenomeno di risuonanza degli atomi e delle molecole che possono agire come vibratori. Più difficile è il dar ragione della legge sperimentale dello STOKES. Ma la teoria quantistica si adatta bene anche in questo caso. L'energia raggiante che giunge sul corpo sia costituita dai quanti di EINSTEIN $h\nu$ in cui ν è la frequenza dell'energia finchè è nello

spazio-etere. Se tutta questa energia si trasformasse in energia oscillatoria dei vibratori che esistono nel corpo, la frequenza che ne risulterebbe dovrebbe ancora essere ν. Ma in generale una parte della energia assorbita dal corpo verrà certamente spesa in altre forme di energia, o in lavoro contro la forza di coesione, o in un aumento di energia cinetica, che sono i casi più comuni. Se indichiamo con P la quantità di energia spesa in questi effetti dispersivi, e con ν_e la frequenza dell'energia di luminescenza si dovrà avere l'eguaglianza

$$h\nu = h\nu_e + P \tag{132}$$

la quale ci dice che di ciascuna unità $h\nu$ di energia arrivata sul corpo, una parte P è spesa in una delle forme dispersive accennate, e l'altra si è trasformata in energia raggiante di frequenza ν_e. E poichè dall'eguaglianza risulta che $h\nu_e < h\nu$, e h è costante, così ne segue

$$\nu_e < \nu$$

e quindi

$$\lambda_e > \lambda$$

se con λ indichiamo la lunghezza d'onda dell'energia in arrivo e con λ_e quella dell'energia di luminescenza. E ciò dimostra la legge sperimentale di STOKES.

143. **Effetto Raman.** — Alla trasformazione di energia raggiante in fenomeni di luminescenza, ossia di emissione di luce propria del corpo assorbente, può ricondursi l'effetto RAMAN scoperto dal fisico indiano nel 1928. Se un liquido è illuminato con una radiazione semplice di frequenza ν la luce che ha attraversato il liquido contiene oltre alla frequenza di arrivo altre due o più frequenze che si possono esprimere con la forma

$$\begin{array}{ll} \nu - \varepsilon_1 & \nu + \varepsilon_1 \\ \nu - \varepsilon_2 & \nu + \varepsilon_2 \\ \dots & \dots \end{array}$$

ossia alla stria propria della energia di arrivo se ne aggiungono altre simmetriche da una parte e dall'altra.

La spiegazione che suol darsi a questo fatto è che alla vibrazione propria della energia raggiante si aggiunge o si toglie la vibrazione propria delle molecole del liquido.

Supponiamo che il quanto $h\nu$ dell'energia di arrivo provochi una variazione nel livello di energia proprio della molecola. Indichiamo con dW questa variazione, essa può essere in più o in meno, allora il quanto $h\nu$ viene alterato di una grandezza dW e nell'uscire sarà

$$h\nu \pm dW$$

e la sua frequenza sarà

$$\nu \pm \frac{dW}{h} \tag{133}$$

se dW si manifesta in forma di energia raggiante [1]. Allora le ε che rappresentavano la variazione di ν sono appunto questi valori

$$\varepsilon = \frac{dW}{h}$$

propri dei salti di livello subìti dalle molecole.

Il fenomeno si è più tardi ritrovato anche nei gas e nei cristalli.

[1] Si deve osservare che il quoziente tra una energia e una azione come qui si ha, è proprio l'inverso di un tempo, e quindi una frequenza.

§ 2 — *L'effetto fotoelettrico.*

144. **Emissione di elettroni dai metalli.** — Abbiamo visto [1] che in una massa metallica gli elettroni si trovano in uno stato di relativa libertà, in modo da potersi parlare di un gas elettronico per analogia alla sostanza gassosa, e che nel loro moto possono giungere alla superficie libera del conduttore dove vengono a formare una atmosfera di elettrizzazione negativa, a cui corrisponde uno strato metallico con un eccesso di elettricità positiva.

Alcuni degli elettroni nel giungere alla superficie libera del conduttore possono avere una velocità abbastanza grande da vincere l'attrazione della massa metallica positiva, ed allora si ha un fenomeno che può paragonarsi alla evaporazione spontanea dei liquidi e dei solidi. In altri casi l'energia stessa posseduta dal conduttore può facilitare l'uscita degli elettroni.

Ma l'energia necessaria per fare uscire elettroni dal metallo può comunicarsi anche dall'esterno. Illuminando una superficie metallica con luce di una conveniente frequenza si può provocare una forte emissione di elettroni. È questo propriamente il *fenomeno fotoelettrico* che oggi ha avuto tante applicazioni.

Come si vede si tratta anche qui di un effetto della azione della energia raggiante sui corpi. Perchè gli elettroni trattenuti dallo strato superficiale del conduttore possano uscire dal metallo si richiede una certa quantità di energia, è questa che viene fornita dall'energia raggiante in arrivo. Anche in questo effetto la teoria dei quanti può servire ad illustrare facilmente il fenomeno, è di questa dunque che ci serviamo. L'energia di cui abbisogna l'elettrone è una energia cinetica, quella che porta l'energia raggiante è costituita di quanti $h\nu$. Nel caso

[1] Confronta capitolo quarto, paragrafo primo.

dunque in cui tutta l'energia in arrivo fosse trasformata in energia cinetica si avrebbe l'eguaglianza

$$h\nu = \frac{1}{2} mv^2$$

in cui m sarà la massa d'inerzia dell'elettrone.

145. **Le leggi fondamentali dell'effetto fotoelettrico.** — Dai fatti sperimentali si deducono tre leggi, la prima riguarda l'attività dei raggi incidenti, la seconda l'intensità della emissione, la terza la energia dei corpuscoli emessi.

La prima legge si può enunciare dicendo che l'*attività* della luce incidente è tanto maggiore quanto maggiore ne è la frequenza. Dicendo l'attività intendiamo l'efficacia della azione esercitata dalla luce. Quindi la luce più efficace è quella a piccola lunghezza d'onda; nello spettro visibile è il violetto che agisce molto più del rosso. Ma spingendosi verso le frequenze maggiori i raggi X sono molto più efficaci dei raggi violetti e ultravioletti, e fra i raggi X sono più efficaci quelli più duri, ossia quelli a lunghezza d'onda minore, e finalmente i raggi gamma sono più efficaci dei raggi X.

Ciò non toglie che alcuni metalli siano sensibili anche ai raggi rossi, i metalli alcalini emettono elettroni anche se illuminati da luce rossa.

La seconda legge dice che l'intensità della emissione dipende dalla intensità della luce agente, intendendo per intensità della emissione il numero di elettroni emessi dall'unità di superficie del metallo nell'unità di tempo, e per intensità della luce agente il numero di quanti elementari ε od $h\nu$, che arrivano, con la loro grandezza.

La terza legge si riferisce non al numero di elettroni emessi, ma alla loro *energia*, e dice che questa cresce col crescere della frequenza della luce agente. In

altri termini col crescere della frequenza, e quindi col diminuire della lunghezza d'onda della luce adoperata, cresce la velocità degli elettroni emessi, e quindi la loro energia $mv^2/2$

Anche queste leggi si deducono facilmente dalla teoria quantistica. Considerando il fenomeno nel caso più generale, perchè un elettrone sia emesso da un metallo si richiede che in un primo tempo l'elettrone sia estratto dall'edificio atomico, e in un secondo tempo sia portato fuori dallo strato superficiale del conduttore. L'uno e l'altro fatto richiede un lavoro contro le forze che trattengono l'elettrone. Diciamo P_1 e P_2 questi due lavori. Affinchè l'energia portata dalla luce riesca a fare uscire l'elettrone è necessario che essa sia maggiore della somma $P_1 + P_2$.

Se diciamo ε [1] l'energia unitaria della luce, perchè anche questa è distribuita in quanti, avremo nel caso generale l'eguaglianza

$$\varepsilon = \frac{1}{2} mv^2 + P_1 + P_2 \tag{134}$$

il che significa che l'energia portata dalla luce si distribuisce in tre parti e quindi produce tre effetti: estrae l'elettrone dall'atomo producendo il lavoro corrispondente P_1, lo estrae dallo strato superficiale con un lavoro P_2 e il di più di energia che esiste va speso ad aumentare la forza viva dell'elettrone. Perchè l'emissione possa aver luogo deve verificarsi

$$\varepsilon > P_1 + P_2$$

e quindi poichè $\varepsilon = h\nu$

$$h\nu > P_1 + P_2$$

e poichè h è una costante ne risulta che l'attività della luce dipende dalla frequenza ν.

[1] Vedi Capitolo Primo form. 13.

Quando il valore di ν è sufficientemente grande perchè sia verificata l'ultima disuguaglianza allora il numero degli elettroni liberati dipenderà dal numero dei quanti elementari ε di luce che colpisce il metallo, come richiede la seconda legge.

Finalmente, poichè nel fenomeno le grandezze P_1 e P_2 restano le stesse per uno stesso metallo, la differenza

$$h\nu - (P_1 + P_2)$$

che è ciò che va spesso in aumentare la forza viva del sistema è tanto più grande quanto più grande è la frequenza ν della luce agente, come dice la terza legge.

146. **Grandezze e risultati sperimentali.** — La formola di EINSTEIN da cui siamo partiti

$$\varepsilon = h\nu = \frac{1}{2} mv^2 + P_1 + P_2$$

dice che esiste un valore minimo di ε e quindi di ν tale che per valori minori di ν non è possibile ottenere emissione di elettroni. Se indichiamo con ν_0 questo valore minimo, sarà evidentemente

$$h\nu_0 = P_1 + P_2$$

cioè l'energia portata dal quanto $\varepsilon = h\nu_0$ è quella che basta per eseguire il lavoro di estrazione dall'atomo e dallo strato esterno. Per valori di $\nu > \nu_0$ si avrà effetto fotoelettrico, mentre per valori di $\nu < \nu_0$ non è possibile avere emissione di elettroni dal metallo.

Nel caso della eccitazione di raggi X abbiamo trovato un m a s s i m o di ν, nell'effetto, ossia nei raggi eccitati, qui abbiamo un m i n i m o di ν per la causa eccitante.

Naturalmente il valore di ν_0 dipende dalla natura del metallo perchè dipende dai lavori P_1 e P_2 di cui P_2 è legato col

potenziale superficiale del conduttore, P_1 con la struttura dell'atomo.

Il potenziale superficiale del conduttore è quello che si ritrova nella elettricità di contatto del VOLTA, e sappiamo che è dell'ordine di 1 volta.

Il lavoro P_1 che deve vincere il campo elettrico atomico sarà tanto più piccolo quanto più l'atomo è disposto a ionizzarsi, ossia a lasciar uscire un elettrone. Questo si verifica specialmente nelle prime colonne della serie di MENDELEJEFF, ossia nelle colonne degli elementi elettropositivi, in particolare nei metalli alcalini. Per questi infatti anche la luce rossa è efficace.

Quando si tratta di metalli facilmente sensibili basta dunque una energia piccola, quella che corrisponde a qualche volt se l'energia $h\nu$ la misuriamo dalla eguaglianza $h\nu = eV$, come ordinariamente si suol fare. In questo caso il lavoro P_1 e P_2 sono dell'ordine stesso della energia attiva.

Ma il fenomeno fotoelettrico si provoca in molti casi con i raggi X. Allora l'energia $h\nu$ si misura in chilovolt, e le grandezze P_1 e P_2 diventano trascurabili. La formola fondamentale si riduce allora a

$$\varepsilon = h\nu = \frac{1}{2} mv^2$$

e da questa può dedursi la velocità v che acquisteranno gli elettroni emessi, si ha infatti

$$v = \sqrt{\frac{2h\nu}{m}} \qquad (135)$$

che si può anche scrivere

$$v = \sqrt{\frac{2h}{m}} \sqrt{\nu}$$

la velocità cioè degli elettroni emessi risulta proporzionale alla radice quadrata della frequenza dei raggi X eccitanti, e quindi l'energia risulta proporzionale a ν.

Tutto questo si può verificare con l'esperienza. Basterà citare le esperienze più importanti del MILLIKAN, di M. DE BROGLIE, e del WHIDDINGTON (¹). L'esperienze del MILLIKAN hanno permesso di misurare la differenza di potenziale di contatto tra due metalli, e i risultati sono condotti a tale precisione che l'Autore ne ha dedotto una determinazione della costante di PLANCK. Le esperienze del DE BROGLIE hanno poi dimostrato un altro fatto che la teoria prevede facilmente, che cioè mentre è relativamente facile estrarre elettroni esterni dai metalli, non lo è più quando si tratta di elettroni che appartengono agli strati più interni, come lo strato K, e i successivi L, M. Tanto il DE BROGLIE quanto il WHIDDINGTON hanno potuto misurare la velocità degli elettroni estratti per mezzo di raggi X duri, da quegli strati più interni.

FIG. 44.

147. La cellula fotoelettrica. — Non è nel nostro scopo di parlare delle applicazioni dei fenomeni di cui ci occupiamo, ma non possiamo almeno non accennare alle grandi applicazioni di questo effetto che si rivelano sempre più feconde. Lo strumento che si introduce nelle applicazioni pratiche è la cellula fotoelettrica. Nella sua forma più semplice la cellula è costituita da un'ampolla di vetro in cui può esser rarefatta l'aria o il gas che si preferisce aver presente, in cui è introdotta una placca P, e un filo metallico F. Attraverso lo zoccolo non escono che due elettrodi, quello della placca che si connette col polo negativo di una batteria, e quello del filamento che si connette col polo positivo. La placca P è formata dal metallo sensibile, oppure è ricoperta da uno strato del metallo che deve emettere elettroni.

(¹) R. A. MILLIKAN, *Physic. Rev.* dal 1914 in poi. — M. DE BROGLIE, *Journal de Phys.* e *Comptes rendus* dal 1922 in poi. — R. WHIDDINGTON, *Proc. Cambr. Phil. Soc.* e *Phil Mag.* 1922.

Se nessuna luce cade sulla placca non esiste corrente tra i due elettrodi F e P, ma appena la placca è illuminata uno sciame di elettroni ne escono e vengono assorbiti dal filamento, e si ha così una corrente provocata dalla luce che ha illuminato la placca. La sensibilità è istantanea, e non esiste inerzia apprezzabile, ossia al cessare della illuminazione cessa l'emissione di elettroni senza prolungarsi di una frazione apprezzabile di secondo. L'antica cellula al selenio che permetteva anch'essa il passaggio di corrente elettrica quando era illuminata, aveva una inerzia ben sensibile, e per questo non si è prestata alle applicazioni. Nel caso della cellula fotoelettrica si può far cadere sulla placca un raggio di luce interrotto diecimila o ventimila volte in un secondo e la corrente che se ne ottiene ha esattamente la stessa frequenza.

Così, per esempio, nella trasmissione telegrafica o radiotelegrafica delle immagini si può far cadere sopra la placca P della cellula la luce diffusa da un punto della immagine raccolta da un opportuno sistema di lenti che esplorano un punto anche molto piccolo, di un quinto di millimetro di diametro. Se allora la immagine, o lo scritto, si fa svolgere avanti all'occhio esploratore in modo che tutti i suoi punti, sufficientemente illuminati, siano visti successivamente, per esempio avvolgendo il foglio sopra un cilindro animato da un moto elicoidale, tutte le variazioni di luminosità dell'immagine sono trasformate in variazioni di corrente erogata dalla cellula, e questa corrente, debitamente amplificata, può essere inviata su filo, o introdotta come modulazione di un onda portante.

L'apparecchio ricevente deve permettere la trasformazione inversa cioè da variazioni di corrente elettrica passare a variazioni di intensità di luce. E concentrando questa luce in un punto sopra un foglio sensibile che si muova esattamente come si muoveva l'immagine del trasmettitore si avrà una riproduzione esatta dell'originale.

Un processo analogo si segue nella televisione. La difficoltà per questa sta solo nel fatto che tutto il quadro da trasmettersi deve essere esplorato in un tempo che non superi

un decimo, o anche un dodicesimo di secondo, perchè i successivi quadri che devono riprodurre la scena in moto giungano sulla retina dell'osservatore senza interruzione. Nella fotografia il tempo necessario a trasmetterla non ha importanza e quindi può essere esplorata per punti piccolissimi, nella televisione bisogna limitare l'esplorazione ad un numero di punti che possano essere trasmessi in meno di un decimo di secondo.

§ 3. — *L'effetto Compton.*

148. **L'effetto Compton nella esperienza.** — Nel paragrafo precedente si è considerato il caso che un quanto di luce $\varepsilon = h\nu$ sia totalmente assorbito da un elettrone, e allora l'energia contenuta in ε poteva distribuirsi in tre parti corrispondenti al lavoro P_1 necessario per estrarre l'elettrone dell'atomo, al lavoro P_2 che si richiede per vincere lo strato elettrico superficiale del conduttore, e finalmente all'aumento di forza viva che acquistava l'elettrone.

Ma si può verificare anche l'altro caso in cui solo una parte dell'energia contenuta nel quanto ε vada spesa sopra un elettrone investito, e che il residuo di energia si mantenga sotto forma di energia raggiante, e sia riflessa o diffusa dal corpuscolo.

È ciò che osservò il COMPTON nel settembre 1923, e che è noto appunto sotto il nome di *effetto Compton* (1).

FIG. 45.

Il fenomeno si manifestò così. Un raggio E M di energia raggiante ad alta requenza, raggi X, cadeva sopra un corpo in M. La frequenza dell'energia sia ν e quindi il quanto relativo $\varepsilon = h\nu$. Si verificava in alcuni casi che in una dire-

(1) A. H. COMPTON. *Phys. Rev.* 21. p. 207 (1923) e passim in seguito.

zione M O si ritrovava un raggio di energia a frequenza ν' minore della frequenza ν del raggio incidente. Successivamente si vide che ogni volta che questo fatto si verificava vi era un elettrone che da M era stato spinto in una direzione M A.

Per vario tempo si discusse sulla realtà del fenomeno perchè vari sperimentatori non riuscirono ad osservarlo. Le esperienze di DUANE nel 1925 sembrarono conclusive nell'affermare l'esistenza dell'effetto. Il metodo di WILSON, che consiste nell'osservare le traccie del cammino di un corpuscolo, e quella di un quanto di energia, nel filo di nebbia che si produce in una camera di condensazione del vapor acqueo, si presta bene a queste osservazioni. Ma non è meraviglia se non sempre il fenomeno si riconosce, perchè la sola uscita di un elettrone dall'involucro di un atomo specialmente se da uno strato molto interno, provoca perturbazioni multiple e nell'atomo e nello spazio, e può essere accompagnata da emissione secondaria di elettroni e di raggi.

Il fenomeno ha avuto una grande importanza specialmente per le discussioni di carattere teorico. A noi importa specialmente rilevare il fatto che un fascetto di energia raggiante può distribuirsi in due parti, di cui una resta ancora energia raggiante, modificata nella frequenza, un'altra si è trasformata in energia meccanica per liberare l'elettrone e comunicargli una certa quantità di energia cinetica.

Quanto alla parte teorica ci limitiamo anche qui ad esporre in che modo si può dar ragione del fatto nella ipotesi dei quanti perchè è quella che finora serve meglio allo scopo.

149. **L'effetto Compton nell'ipotesi quantistica.** — L'energia portata dal quanto viene al solito espressa da $\varepsilon = h\nu$. Nel caso presente una parte di questa energia viene assorbita dall'elettrone, e la indicheremo w, e una parte resta sotto forma di energia raggiante, e sarà un quanto che indichiamo con ε'. Il principio della conservazione della energia ci permette di porre l'eguaglianza

$$\varepsilon = w + \varepsilon' . \tag{136}$$

A sua volta l'energia w sarà spesa nei tre effetti considerati nel paragrafo precedente.

Per ciò che riguarda il quanto ε' dovremo porlo sotto la forma $\varepsilon' = h\nu'$ e poichè $\varepsilon' < \varepsilon$ sarà certamente

$$\nu' < \nu \tag{137}$$

quindi la frequenza del raggio che possiamo chiamare r e s i d u o sarà minore di quella del raggio incidente.

Ma l'esperienza stabilisce anche una relazione tra le direzioni del raggio incidente, del raggio residuo, e del moto dell'elettrone. Anche di questo si può render ragione se si tien conto della quantità di moto, ricorrendo alla analogia che si avrebbe con quanto si verifica nell'urto elastico dei corpi. Se la quantità di moto del corpo urtante che arriva su M nella direzione A M si rappresenta col vettore M B, la quantità di moto comunicata all'ostacolo in M, che supponiamo sia rappresentata dal vettore M C, e la quantità di moto residuo M D, sono tali che la loro somma vettoriale è eguale alla quantità di moto iniziale, ossia M B è la diagonale del parallelogrammo che ha per lati M C ed M D.

FIG. 46.

Se applichiamo al caso nostro il principio della conservazione della quantità di moto possiamo passare dalla formola 136) della energia alla quantità di moto. Ora è noto che la quantità di moto è data dalla energia divisa per la velocità del moto; se si tratta di energia raggiante, come è il caso di ε ed ε', la velocità corrispondente è quella della luce c. Quanto all'elettrone la quantità di moto è mv, purchè si assuma la massa m propria dell'elettrone in moto, ossia quella che abbiamo chiamato la massa di MAUPERTUIS [1]. Se indichiamo con Q la quantità di moto di ε, con Q' quella di ε' e con Q_m quella dell'elettrone

[1] Vedi Capitolo Quarto, n. 84 formola 92.

dovremo porre

$$Q = \frac{\varepsilon}{c}$$

138)
$$Q' = \frac{\varepsilon'}{c}$$

$$Q_m = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

e il principio della conservazione della quantità di moto si potrà esprimere con

$$Q = Q' + Q_m .$$

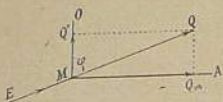



Fig. 47.

D'altra parte nell'eseguire la somma vettoriale dobbiamo introdurre l'angolo che la direzione iniziale del quanto ε fa con la direzione del quanto residuo ε'. Se diciamo φ quest'angolo potremo scrivere

139)
$$Q^2 = Q'^2 + Q_m^2 - 2Q' Q_m \cos\varphi$$

e introducendo al posto delle Q i loro valori si ha una relazione che permette di calcolare l'angolo φ quando sono note le altre grandezze che il fenomeno determina.

§ 4. — *Inerzia ed energia.*

150. **Variazioni di massa e variazioni di energia.** — In molti fenomeni, nei quali si verifica scambio di energia tra lo spazio-etere e la materia dei corpi, si riscontra che ad una variazione di energia nei corpi corrisponde una variazione della massa inerte.

Abbiamo visto nel secondo paragrafo del capitolo quarto che la massa d'inerzia del corpuscolo elettrizzato dipende dalla sua velocità, e osservammo che il fatto poteva ben giustificarsi attribuendo una inerzia anche allo spazio-etere, perchè allora la massa totale che si muove non è solo quella del corpuscolo ma anche quello della sostanza materiale che dal moto del corpuscolo viene messa in moto. Ciò vale finchè si tratta di corpuscoli elettrizzati, perchè questi formano un campo intorno a se, ossia uno spazio in tensione, che in un certo senso viene trasportato dal moto del corpuscolo.

Una variazione di velocità produrrà allora un aumento apparente di massa, e viceversa una diminuzione di velocità una apparente diminuzione di inerzia nel corpuscolo.

Un altro caso di variazione di massa che si riconduce al precedente è la diminuzione di peso che si verifica nel passaggio da atomi semplici ad atomi più complessi. Se tutti gli atomi sono costituiti da un certo numero di protoni, come ormai sembra doversi ammettere, il peso di un atomo che contenga n protoni dovrebbe essere dato dal peso del protone moltiplicato per il numero n. Invece il peso dell'atomo è sempre minore di quel prodotto, sappiamo, per esempio, che nello stabilire la tabella dei pesi atomici si assegna il numero 16 come peso dell'atomo di ossigeno, e allora il peso dell'atomo di idrogeno non si può prendere come eguale ad 1, ma risulta eguale a 1,0077, mentre se si prendesse eguale ad 1 l'atomo di idrogeno, l'atomo di ossigeno peserebbe sensibilmente meno di 16 [1].

Anche l'atomo di elio pesa meno della somma di quattro protoni.

Per dar ragione di questi fatti basta pensare che i corpuscoli che intervengono a formare un nucleo di atomo sono elettrizzati ed hanno quindi un campo intorno a se. Supponiamo, per fissare le idee, che il campo di un corpuscolo sia

[1] Naturalmente qui non entra in considerazione la presenza di isotopi, il numero n di cui qui si parla è il numero di protoni proprio di ciascun isotopo.

sensibilmente limitato entro una sfera di raggio σ. Allora finchè i quattro protoni, che andranno a formare un nucleo di elio, sono ancora separati, il volume complessivo dei campi sarà $4 \times \frac{4}{3} \pi\sigma^3$, quando i corpuscoli si avvicinano i campi individuali vengono ad intercalarsi, e lo spazio totale interessato va diminuendo, e con ciò diminuisce la massa inerte interessata dello spazio-etere.

Se i corpuscoli si avvicinassero senza giungere a formare un nucleo atomico si verificherebbe ancora una diminuzione della massa inerte totale ogni volta che i campi di corpuscoli vicini vengono a sovrapporsi, e la diminuzione della inerzia si manifesterebbe in una emissione di energia, o in un aumento della energia propria e quindi della velocità dei corpuscoli.

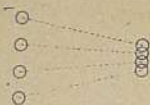



FIG. 48.

151. **L'interpretazione einsteiniana.** — I fatti ai quali abbiamo qui accennato venivano presi in considerazione da EINSTEIN fin dal 1905 [1], ma per giungere a conclusioni che nella forma in cui si sogliono esporre hanno aspetto di paradosso. Possiamo ben prescindere dalla interpretazione paradossale e tener conto dei risultati.

Ricordiamo che la massa del corpuscolo in moto dipende dalla sua velocità secondo la formola

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

in cui, come s'è visto al n. 84, m è la massa del corpuscolo in moto, m_0 quella che il corpuscolo possiede nella assenza di moto, v la velocità del corpuscolo, c la velocità dell'energia rag-

(1) A. EINSTEIN, *Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energiegehalt abhängig?* Ann. d. Phys. 17 (1905).

giante. Tenendo conto di questa espressione di m si può dimostrare che l'energia cinetica del corpuscolo può porsi sotto la forma

$$E_{\text{cin}} = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

e quindi anche

$$E_{\text{cin}} = c^2 (m - m_0)$$

da cui

$$m - m_0 = \frac{E_{\text{cin}}}{c^2}$$

ossia la variazione di massa dovuta al moto è eguale ad una energia cinetica divisa per il quadrato della velocità c.

Sotto altra forma si giunge allo stesso risultato se si calcola la variazione che subisce l'energia del corpuscolo che emette una quantità E di energia raggiante. Se diciamo W_0 e W_1 l'energia del corpuscolo prima e dopo l'emissione EINSTEIN [1] dimostra che

$$140) \qquad W_0 - W_1 = E \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right).$$

E ricordando lo sviluppo

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2}\beta^2 - \frac{3}{8}\beta^4 + \dots$$

sostituendo il β^2 con v^2/c^2 si può scrivere trascurando al solito i termini con esponente maggiore di 2

$$141) \qquad W_0 - W_1 = \frac{E}{2} \frac{v^2}{c^2}.$$

[1] Vedi l. c. sopra.

Allora se prima della emissione la energia cinetica era $mv^2/2$, dopo l'emissione dell'energia E sarà diventata

$$\frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} E \frac{v^2}{c^2}$$

ossia

$$142) \qquad \frac{1}{2}\left(m - \frac{E}{c^2}\right) v^2$$

il che può interpretarsi dicendo che per effetto della emissione di energia raggiante E la massa del corpuscolo è diminuita di una grandezza

$$\frac{E}{c^2} .$$

Se ora l'emissione può estendersi fino all'esaurimento della massa totale del corpuscolo può dirsi che la massa del corpuscolo è una massa per il suo contenuto di enegia [1], od anche, come si esprime il KOPFF [2] che la massa è una energia impacchettata. In questo modo la massa del corpuscolo può porsi sotto la forma

$$143) \qquad m = \frac{W}{c^2}$$

se W è tutta l'energia che esso contiene, o meglio l'energia totale che potrebbe emettere fino all'esaurimento, e quindi l'energia totale contenuta in un corpuscolo sarà

$$144) \qquad W = mc^2 .$$

(1) « Die masse eines Körpers ist ein Mass für dessen Energieinhalt » (EISTEIN l. c.).

(2) A. KOPFF, *Gründzüge der Einsteinschen Relativitätstheorie*, p. 105; « Masse ist zusammengeballte Energie ».

Se dal corpuscolo in moto vogliamo passare al corpuscolo in quiete ricordiamo l'espressione di m in funzione di m_0, e sviluppando anche qui il fattore $1/\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ potremo scrivere

$$m = m_0 \left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} - \frac{3}{8}\frac{v^4}{c^2} + \ldots\right).$$

Introducendo questo valore nella ultima espressione di W, si avrà

$$W = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2 - \frac{3}{8} m_0 \frac{v^4}{c^2} + \ldots \tag{145}$$

Allora per $v = o$, ossia se il corpuscolo è in quiete si avrà ancora

$$W = m_0 c^2 \tag{146}$$

ossia un corpo in quiete possiede una energia misurata dal prodotto della sua massa per il quadrato della velocità della luce [1]. Se poi v non è zero ma è piccolo rispetto a c potrà scriversi

$$W = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2 \ .$$

[1] Ammettendo questa posizione l'energia contenuta in un grammo di materia sarebbe misurata da

$$W = 1 \text{ gr.} \times 9 \times 10^{20} = 9 \times 10^{20} \text{ ergs.} = 9 \times 10^{13} \text{ joul.}$$

e traducendo in *watt* ossia in joule per secondo, e tenendo conto che in un anno sono $3{,}15 \times 10^7$ sec. si avrebbe per un anno una energia data da

$$\frac{9 \times 10^{13}}{9.15 \times 10^7} = 3 \times 10^6 \text{ watt}$$

ossia 3000 chilowatt per un anno da quel grammo di materia.

Ciò che vi ha di arbitrario in tutto questo è l'ipotesi che la massa del corpuscolo possa trasformarsi in energia. La formola 141) dice che, se il corpo irradia, la sua massa apparente diminuisce della grandezza espressa, ma fin quando può irradiare il corpuscolo? fino ad esaurire la sua massa aggiunta, ossia quella propria dello spazio-etere che trasporta suo nel campo oppure anche a consumo della propria massa d'inerzia?

152. **I fatti sperimentali.** — Non mancano oggi fisici che rispondono affermativamente anche alla seconda parte del nostro interrogativo. I fatti a cui si apoggiano sono questi.

Nella combinazione dell'idrogeno con l'ossigeno per formare acqua sappiamo che si sviluppa una grande quantità di calore, e precisamente se 2 grammi di idrogeno si combinano con 16 grammi di ossigeno l'energia che se ne ottiene, come è noto dal potere calorifico dell'idrogeno che brucia, è di $2,86 \times 10^{12}$ ergon [1]. Per sapere quale massa corrisponde a questa energia dobbiamo calcolare W/c^2 secondo la formola 143.

Si ha dunque

$$dm = \frac{2.86 \times 10^{12}}{9 \times 10^{20}} = 3.2 \times 10^{-9} \text{ gr.}$$

Ciò significa che nella combinazione la massa totale diminuisce di quella quantità indicata con dm, ossia il vapore acqueo che si ottiene non è di grammi $2 + 16 = 18$, ma

$$18 - 3,2 \times 10^{-9}$$

la variazione si apprezza nella nona cifra decimale.

Questo risultato non è in contrasto con l'ipotesi più ardita ma neppure la dimostra necessaria.

[1] Questo valore è preso dalle *International Critical Tables* vol. 5 p. 176. I 2.86×10^{12} ergon, ossia 286.2 chilojoule trasformati in calorie danno $286,2 \times 0.23895 = 68,39$ calorie per chilogrammo.

Gli altri casi di grande emissione di energia senza notevole diminuzione di massa, che si verificano nei fenomeni radiattivi hanno lo stesso grado di dimostrazione.

Possiamo d'altra parte calcolare la quantità di energia che si libererà nella formazione di atomi pesanti da atomi più leggeri, di cui abbiamo parlato in principio di questo paragrafo. Limitiamoci al caso della formazione di elio da atomi di idrogeno. L'atomo di elio pesa 4,00, quindi un atomogrammo di elio è 4,00 grammi. L'atomo di idrogeno pesa 1.0077 quindi l'atomogrammo d'idrogeno è gr. 1,0077, quindi quattro atomigrammi di idrogeno pesano gr. $1,0077 \times 4 = 4.03$.

La diminuzione di massa che si verifica dunque passando dall'idrogeno all'elio, per un grammoatomo di questo, è di grammi 0,03. L'energia corrispondente si avrà moltiplicando questo peso per c^2 e volendo passare a calorie basterà dividere per l'equivalente dinamico della caloria ossia $4,19 \times 10^{10}$, si avrà dunque

$$\frac{0,03 \times 9 \times 10^{20}}{4,19 \times 10^{10}} = 6,3 \times 10^{9} \text{ Cal.}$$

Come si vede la quantità è enorme, ma non è in contrasto con nessun fatto conosciuto.

È noto anzi che a questa ipotesi si ricorre oggi per dar ragione della grande quantità di calore che viene emesso continuamente dal sole e dalle altre stelle, perchè le altre ipotesi della combustione, della contrazione, non sono sufficienti se si tien conto della vita delle stelle come oggi si computa a miliardi di anni.

153. Il disfacimento dei corpuscoli e i raggi cosmici. — Si parla oggi dell'annichilamento di corpuscoli e dell'energia che se ne libererebbe, e si pensa che questa potrebbe essere la origine dei raggi cosmici. Il parlare di annichilamento non corrisponde bene al senso che sogliamo dare a questa parola; possiamo però pensare che, come dalla materia primigenia

universale che costituisce lo spazio reale possono essere stati formati i corpuscoli elementari, che contengono una quantità molto grande di energia, così potrebbe anche verificarsi il fenomeno inverso per cui il corpuscolo torna a prendere la forma primitiva liberando l'energia che in esso era quasi immagazzinata.

E allora si può calcolare l'energia liberata nel disfacimento di un corpuscolo con la formola einsteiniana. Supponiamo trattarsi di un protone. Sappiamo che il suo peso in grammi è

$$1.66 \times 10^{-24} \text{ grammi.}$$

L'energia corrispondente misurata in ergon si avrà moltiplicando la massa espressa in grammi per il quadrato della velocità della luce, sarà dunque

$$1.66 \times 10^{-24} \times 9 \times 10^{20} = 1.49 \times 10^{-3} \text{ ergon.}$$

Se invece di un protone si trattasse di un elettrone la massa, e l'energia corrispondente sarebbero circa 1860 volte più piccole.

L'energia così liberata viene comunicata allo spazio-etere e quindi è energia raggiante, e la frequenza di tale energia potrà essere calcolata ponendo l'energia eguale al prodotto $h\nu$ conforme alla nota ipotesi quantistica einsteiniana. Sarà dunque

$$h\nu = 1.49 \times 10^{-3}$$

e ponendo per h il suo valore cioè 6.554×10^{-27} erg. sec. risulterà

$$\nu = \frac{1.49 \times 10^{-3}}{6.554 \times 10^{-27}} = 2.2 \times 10^{23}$$

e a questa frequenza corrisponderebbe una lunghezza d'onda

$$\lambda = 1.3 \times 10^{-13} \text{ cm.} = 1.3 \times 10^{-5} \text{ angstr.} = 1.3 \times 10^{-2} \text{ u. X.}$$

e questo valore corrisponde a quello che conosciamo per i raggi cosmici.

Possiamo dunque rispondere al quesito posto in fine del numero 151 dicendo che l'emissione di energia che si fa a diminuzione della massa elettromagnetica, dovuta al campo, non riscontra alcuna difficoltà, e l'emissione che costituisca una diminuzione della massa d'inerzia propria fino all'esaurimento, non può escludersi purchè si ammetta che l'inerzia del corpo non si annichili, ma soltanto si trasformi nell'inerzia dello spazio-etere.

Nel chiudere questi brevi capitoli non vorrei che nell'animo del Lettore si fosse generato un senso di sconforto perchè troppo spesso abbiamo dovuto asserire che non conosciamo abbastanza la natura della cose e dei fatti per assegnarne le proprietà e le leggi.

La fisica sperimentale ha fatto grandi progressi e ne farà tuttavia, e ne vediamo già applicazioni grandiose. Ma la natura delle cose sfugge sempre alle nostre ricerche nonostante i tentativi del Genio.

È ben piccola la nostra mente dinanzi alle meraviglie dell'Universo.

Ammiriamo la grandezza del CREATORE e uniamo la nostra voce all'inno di gloria che a LUI innalza il Creato.

INDICE ANALITICO

D

F

Q

R

S

W

X

Z

Dello stesso Autore

La Fisica dei corpuscoli. - Terza edizione - Pontificia Università Gregoriana - 1926, in-8°, p. 268 L. 18.

Appunti di Fisica elementare — Pontificia Università Gregoriana - 1929, in-8°, pp. xv-385 L. 18.